

1. Milyen maradékot ad 4^{444} 363-mal osztva? (ZH, 2018. október 18.)

2. Az alábbi két C kód közül az első a bemenetként (10-es számrendszerben) kapott n pozitív egész négyzetét számítja ki, a második pedig az n számjegyeinek az összegét. Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alapműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” műveletek segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e. (A $\text{floor}(n/10.0)$ az $\frac{n}{10}$ alsó egészrészét adja vissza.) (ZH, 2018. október 18., 2018. december 17.)

```
a)
x = n; y = 0;
while (x > 0) {
    x = x-1;
    y = y+n;
}
printf("Eredmény: %d", y);
```

```
b)
x = 0; y = 0;
while (n > 0) {
    x = floor(n/10.0);
    y = y+n-10*x;
    n = x;
}
printf("Eredmény: %d", y);
```

3. a) Mi 303^{404} utolsó két számjegye?

b) Milyen maradékot ad 701^{701701} 99-cel osztva? (ZH, 2021. december 20.)

4. Egy képzeletbeli A algoritmus bemenete egy tízes számrendszerben megadott m pozitív egészből áll. Döntsük el az alábbi állításokról, hogy igazak-e.

a) Ha minden m bemenet esetén A legfeljebb $5m^2$ lépés után megáll, akkor A polinomiális algoritmus.

b) Ha minden m bemenet esetén A legfeljebb $100 \cdot (\log_3 m)^5$ lépés után megáll, akkor A polinomiális algoritmus.

c) Ha minden m esetén A legalább m lépést tesz, akkor A biztosan nem polinomiális algoritmus.

d) Ha van olyan m , amire A legalább m lépést tesz, akkor A biztosan nem polinomiális algoritmus.

e) Ha minden páros m -re A legalább m lépést tesz, akkor A biztosan nem polinomiális algoritmus.

5. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)

6. Hány olyan 504-nél nem nagyobb, pozitív egész szám van, amelynek van 504-gyel osztva 1 maradékot adó többszöröse? (ZH, 2019. december 16.)

7. Az alábbi C kódok közül az első $\lfloor \sqrt{n} \rfloor$ -t, a második $\lfloor \log_2 n \rfloor$ -t számítja ki bármely bemenetként (10-es számrendszerben) kapott $n > 0$ egész esetén (ahol a $\lfloor \cdot \rfloor$ alsó egészrészt jelöl). Tegyük fel, hogy a kódok végrehajtásakor a gép az alapműveleteket az (alsó tagozatban tanult) „írásbeli” összeadás, szorzás, stb. segítségével végzi el. Döntsük el, hogy az eljárások polinomiálisak-e.

```
a)
x = 0; y = 0;
while (y <= n) {
    x = x+1;
    y = x*x;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);
```

```
b)
x = 0; y = 1;
while (y <= n) {
    x = x+1;
    y = 2*y;
}
printf("Eredmény: %d", x-1);
```

8. Milyen maradékot ad

a) 7^{3234} 80-nal osztva; (ZH, 2020. január 3.)

b) $2021^{2021} - 2021^{101}$ 600-zal osztva? (ZH, 2021. október 28.)

c) 39^{1200} 26-tal osztva?

9. Legyen $n = 200704261601$. Határozzuk meg n^n utolsó három számjegyét. (ZH, 2007. április 26.)

10. Milyen maradékot ad 46^{4748} 25-tel osztva? (ZH, 2014. április 24.)

11*. Határozzuk meg az összes olyan 1 és 100 közti a egész számot, melyre $a^{21} \equiv 1 \pmod{100}$. (ZH, 2020. december 14.)

12*. Igaz-e, hogy ha az a és b egész számokra $a^{40} \not\equiv b^{40} \pmod{100}$, akkor $a^{40}b^{40} \not\equiv 1 \pmod{100}$? (ZH, 2021. december 13.)