

B E V E Z E T É S A S Z Á M Í T Á S E L M É L E T B E I .
HARMADIK GYAKORLAT, 2021. szeptember 21.

1. Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva? (ZH, 2017. október 19.)
 2. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?
 3. Milyen maradékot ad 4^{44} 363-mal osztva? (ZH, 2018. október 18.)
-
4. Mi 303^{404} utolsó két számjegye?
 5. Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legfőljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hány lábú a százlábú?
 6. Az n pozitív egész számra $43n - 1$ utolsó két számjegye megegyezik $2n + 2$ utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy? (ZH, 2014. november 27.)
 7. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)
 8. Legyen $n = 200704261601$. Határozzuk meg n^n utolsó három számjegyét. (ZH, 2007. április 26.)
-
9. Mennyi maradékot ad
 - a) 7^{3234} 80-nal osztva; (ZH, 2020. január 3.)
 - b) 2020^{2021} 1011-gyel osztva? (ZH, 2020. december 14.)
 - 10.a) Egy másik százlábú is megirigyli az 5. feladatbeli százlábú módszerét. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.
 - b) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
 - 11.a) Mely 1 és 111 közötti egész számok 1111-szerese ad 11 maradékot 2020-szal osztva? (ZH, 2020. október 30.)
 - b) Milyen maradékot adhat az n egész szám 202-vel osztva, ha $53n - 1$ osztható 202-vel? (ZH, 2011. május 17.)
 - c) Egy egész számra teljesül, hogy $37n + 9$ és $n + 10$ azonos maradékot ad 235-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2013. május 16.)
 12. Hány olyan 504-nél nem nagyobb, pozitív egész szám van, amelynek van 504-gyel osztva 1 maradékot adó többszöröse? (ZH, 2019. december 16.)
 13. Az n pozitív egész utolsó két számjegye a 4-es és az 5-ös számrendszerben is 11. Mi n utolsó két számjegye a 10-es számrendszerben? (ZH, 2019. október 25.)
 14. Az n szám kettes számrendszerbeli alakja 110100101101100011011. Határozzuk meg n^n kettes számrendszerbeli alakjának utolsó négy jegyét. (ZH, 2014. április 24.)
 15. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)
 16. A múlt század második felében, főleg a digitális számológépek elterjedése előtt nagyon népszerűek voltak Pataki Ferenc fejszámológépművész műsorai. Az egyik kedvelt trükkje volt a következő: felkért valakit a közönségből, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnánk-e csinálni, ha használhatunk számológépet, de csak nagyon rövid ideig?
 17. Milyen maradékot ad 46^{4748} 25-tel osztva? (ZH, 2014. április 24.)
 - 18*. Milyen maradékot ad $100^{3^{2011}}$ 3^{2011} -nel osztva? (ZH, 2011. április 21.)