

BEVEZETÉS A SZÁMÍTÁSELMÉLETBE I.
MÁSODIK GYAKORLAT, 2019. szeptember 17-18.

1. Egy n egész szám 115-szöröse 110-zel nagyobb maradékot ad 344-gyel osztva, mint maga az n szám. Milyen maradékot adhat n 344-gyel osztva? (ZH, 2017. október 19.)
2. Mely egész számokra teljesül, hogy 7-tel osztva 2, 9-cel osztva 3 maradékot adnak?
3. Milyen maradékot ad
 - a) 4^{444} 363-mal osztva (ZH, 2018. október 18.);
 - b) 46^{4748} 25-tel osztva? (ZH, 2014. április 24.)

4. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
 - a) 303^{404}
 - b) 33^{2134} (ZH, 2010. május 18.)
5. Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legföljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?
6. Az n pozitív egész számra $43n - 1$ utolsó két számjegye megegyezik $2n + 2$ utolsó két számjegyével. Mi ez a két számjegy? (ZH, 2014. november 27.)
7. Tekintsük azt a számtani sorozatot, amelynek első tagja 32, differenciája 51. (A sorozat tagjai tehát: 32, 83, 134, ...) Milyen maradékot ad a sorozat első 32 tagjának szorzata 51-gyel osztva? (ZH, 2005. május 5.)
8. Legyen $n = 200704261601$. Határozzuk meg n^n utolsó három számjegyét. (ZH, 2007. április 26.)

9. Mi az utolsó két számjegye az alábbi számoknak?
 - a) 159^{161} ;
 - b) $49^{49^{50}}$;
 - c) $17^{17^{17}} - 17^{17} + 17$;(ZH, 2003. május 22.)
 - d) a (10-es számrendszerben felírt) 42^{4140} számnak a 11-es számrendszerben? (ZH, 2013. május 16.)
- 10.a) Egy másik százlábú is megirigyli az 5. feladatbeli százlábú módszerét. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsuk be, hogy elszámolta magát.
 - b) A százlábúak királyához is eljut a módszer. Neki 6-osával számolva 5 marad ki, 7-esével számolva 6, 8-asával számolva pedig 7. Neki hány lába van?
- 11.a) Milyen maradékot adhat az n egész szám 202-vel osztva, ha $53n - 1$ osztható 202-vel? (ZH, 2011. május 17.)
 - b) Egy egész számra teljesül, hogy $37n + 9$ és $n + 10$ azonos maradékot ad 235-tel osztva. Mi lehet ez a közös maradék? (ZH, 2013. május 16.)
 - c) A pozitív egész n szám 513-szorosának utolsó három számjegye 001. Mi az n utolsó 3 számjegye? (ZH, 2018. december 10.)
12. Adjuk meg az összes olyan négyjegyű pozitív egész számot, amelyre teljesül, hogy 51-gyel osztva 3 maradékot ad, továbbá a szám 17-szeresének utolsó két számjegye 15. (ZH, 2017. december 11.)
13. Az n szám kettes számrendszerbeli alakja 110100101101100011011. Határozzuk meg n^n kettes számrendszerbeli alakjának utolsó négy jegyét. (ZH, 2014. április 24.)
14. Egy n egész szám 3 maradékot ad 82-vel osztva. Milyen maradékot adhat az n szám 182-vel osztva? (ZH, 2013. április 25.)
15. Hány olyan n egész szám van 1 és 1000 között, amelyhez található olyan m egész szám, hogy a $37n + 218m = 10$ egyenlet fennálljon? (ZH, 2012. május 7.)
16. Milyen maradékot ad $100^{3^{2011}}$ 3^{2011} -nel osztva? (ZH, 2011. április 21.)
17. A múlt század második felében, főleg a digitális számológépek elterjedése előtt nagyon népszerűek voltak Pataki Ferenc fejszámológépművész műsorai. Az egyik kedvelt trükkje volt a következő: felkért valakit a közönségből, hogy gondoljon egy háromjegyű számra, szorozza meg 6561-gyel, majd az eredmény utolsó három jegyét közölje. Ebből ő pillanatok alatt kitalálta a gondolt számot. Hogyan csinálta? Utána tudnánk-e csinálni, ha használhatunk számológépet, de csak nagyon rövid ideig?