

Algoritmusok és gráfok - 3. vizsga
2023. január 17.

A VÁLASZOKAT INDOKOLNI KELL. Hivatkozni csak az előadáson tanultakra lehet.

1. Az alábbi (ismeretlen értékeket tartalmazó) szomszédossági mátrix egy hat csúcsú **irányított** gráfot ír le. Adja meg x és y összes lehetséges értékét, ha tudjuk, hogy a gráf DAG.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	x	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0
4	0	0	0	0	y	0
5	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0

2. A $10, 3, 7, 1, 5, x$ számsorozatot beszúrásos rendezéssel rendezzük. Adja meg x összes lehetséges értékét, ha tudjuk, hogy a teljes rendezés alatt 8 csere történik és x olyan pozitív egész szám, ami máshol nem szerepel a sorozatban.
3. Egy 7 méretű hash táblába 7 kulcsot szúrtunk be nyílt címzéssel, lineáris próbával, a használt hash függvény a $h(K) = K$ maradéka 7-tel osztva függvény volt és az alábbi táblát kaptuk. (A lineáris próba lefele indul.) Törlés nem történt.
- (a) Melyik lehetett az elsőnek beszúrt szám? Az összes lehetséges értéket adja meg.
- (b) Melyik lehetett az utoljára beszúrt szám? Az összes lehetséges értéket adja meg.

0	1	2	3	4	5	6
5	9	3	10	19	12	8

4. Egy hat csúcsú, **irányítatlan** G gráfon szélességi bejárásokat (BFS) futtattunk úgy, hogy amikor választási lehetőségünk van, akkor mindig az ábécében korábban levő lehetőséget választjuk. Ha a szélességi bejárást az A csúcsból indítjuk, akkor az AD, AE, AF, EB, BC élek kerülnek be a fába, ebben a sorrendben, ha viszont az F csúcsból kezdjük a bejárást, akkor az FA, FB, FD, FE, BC éleket választja az algoritmus ebben a sorrendben. Melyik az az egyetlen pontpár, amiről a fentiek alapján nem lehet eldönteni, hogy van-e köztük él a G gráfban?
5. Adott egy n csúcsú bináris keresőfa, amiben különböző egész számokat tárolunk. Adjon $O(n)$ lépésszámú eljárást, ami meghatározza azokat a csúcsokat, amikre a csúcs leszármazottjaiban tárolt számok összege páratlan szám. (Egy x csúcs leszármazottjai az x gyökerű részfa elemei, beleértve magát az x csúcsot is.)
6. Egy ország úthálózatát egy szomszédossági mátrix-szal adott irányítatlan, élsúlyozott G gráf írja le. A gráf csúcsai a városok, az élek a városok közt vezető közvetlen utak, az élek súlya pedig az adott útszakasz megtételéhez szükséges idő. Van három különleges város az országban, A_1, A_2, A_3 és mi egy adott S városból szeretnénk elmenni egy másik adott T városba a lehető leggyorsabban úgy, hogy a három különleges város közül legfeljebb egyen megyünk át eközben. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy ezzel a feltétellel mennyi idő alatt lehet leggyorsabban eljutni S -ből T -be.