

Mélységi bejárás
ALGORITMUSOK ÉS GRÁFOK
9. gyakorlat
2025.

1. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

G_1 : **a**: b, c, d ; **b**: d ; **c**: d ; **d**: e ; **e**: a ;

G_2 : **a**: f, g ; **b**: a, g ; **c**: – **d**: – **e**: c, d ; **f**: e ; **g**: e, f ;

- (a) Futtassuk le a mélységi bejárást a G_1 , illetve a G_2 gráfon úgy, hogy minden döntési helyzetben az ábécé szerint választunk.
- (b) Adjuk meg a csúcsok mélységi és befejezési számát is.
- (c) Osztályozzuk a G_1 és G_2 gráfok éleit.

2. A 6-csúcsú, egyszerű, irányított G gráf csúcsait jelölje a, b, c, d, e, f . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok az alábbiak.

a : 1, 6; b : 3, 1; c : 4, 3; d : 5, 2; e : 2, 4; f : 6, 5

- (a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi fa éleit.
- (b) Lehetséges-e, hogy a G gráfban vezet él d -ből e -be?
- (c) Lehetséges-e, hogy a G gráfban vezet él d -ből f -be?

3. A 6-csúcsú, egyszerű, irányított G gráf csúcsait jelölje x, y, z, u, v, w . A gráf egy mélységi bejárásánál a mélységi, illetve a befejezési számok az alábbiak.

x : 1, 6; y : 2, 4; z : 6, 5; u : 3, 3; v : 4, 1; w : 5, 2

- (a) Adjuk meg a bejáráshoz tartozó mélységi fa éleit.
- (b) Legfeljebb mennyi lehet az y csúcs fokszáma a G gráfban?

4. Adjunk $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, mely egy éllistával megadott n -csúcsú, e -élű, irányítatlan G gráfról eldönti, hogy összefüggő-e.

5. Adjunk $O(n^3)$ lépésszámú algoritmust, mely egy szomszédossági mátrixszal megadott irányított gráfról eldönti, hogy van-e olyan csúcsa, melyből minden más csúcs elérhető irányított úton.

6. Egy éllistával adott irányított G gráfban mindegyik csúcs színes: vagy piros vagy zöld, és ez az információ egy, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott). Adott továbbá a gráfban két piros csúcs, s és t .

- (a) Adjunk $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e az s -ből t -be olyan út, ami csak piros csúcsokon megy át.

- (b) Adjunk $O(n(n + e))$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e az s -ből t -be olyan út, ami legfeljebb egy zöld csúcson megy át.
7. Adjunk $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, mely egy éllistával megadott irányítatlan gráfról eldönti, hogy van-e benne kör.
8. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva: a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, valamint a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára az a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága és nem azon múlik, hogy merről érkezik oda és merre akar rajta áthaladni.) Adjunk algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál lévő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistas megadás esetén legyen $O(n + e)$.
9. Éllistával adott egy irányított G gráf és annak egy t csúcsa. Adjunk $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, mely meghatározza G összes olyan csúcsát, melyekből t elérhető irányított úton.