

Bináris keresőfák
ALGORITMUSOK ÉS GRÁFOK
5. gyakorlat
2025.

1. (a) Építsünk beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 10, 3, 8, 13, 1, 5, 12.
(b) Hajtsuk végre egymás után a TÖRÖL(1), TÖRÖL(13) és TÖRÖL(10) műveleteket. (Minden törlési műveletet az előző művelet eredményeként kapott bináris keresőfán hajtsunk végre.)
(c) Milyen sorrendben írja ki a preorder, inorder és posztorder bejárás a fában tárolt értékeket?
2. (a) Építsünk beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 8, 3, 6, 5, 12, 10, 11, 7.
(b) Hogyan zajlik a kapott fában a 6, a 11 és a 4 keresése.
(c) Hajtsuk végre egymás után a TÖRÖL(7), TÖRÖL(3) és TÖRÖL(8) műveleteket. (Minden törlési műveletet az előző művelet eredményeként kapott bináris keresőfán hajtsunk végre.)
3. Hogyan néz ki az a bináris keresőfa, melyben a csúcsok három szinten helyezkednek el, és a fában az 1, 7, 9, 10, 11, 13, 18 értékeket tároljuk?
4. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? Ha igen, határozzuk meg az összes olyan x egész számot, amire ez megtörténhetett.
5. Egy bináris keresőfában az 5, 6, 7, 9, 11, 15, 32 számokat tároljuk, és amikor a 11-et keressük, akkor a keresés során a 7, 15, x , 11 számokat látjuk ebben a sorrendben.
(a) Adjuk meg x összes lehetséges értékét.
(b) Határozzuk meg az összes lehetséges bináris keresőfát, ahol a fenti helyzet előfordulhat.
6. Egy bináris keresőfa preorder bejárása során a fa csúcsait 3, 10, 4, 8, 7, 9 sorrendben látogatjuk meg. Rajzoljuk fel ezt a hatcsúcsú bináris keresőfát, majd lássuk be, hogy a fa csak így nézhet ki.
7. Egy bináris fa inorder bejárása $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$, preorder bejárása pedig $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$. Rekonstruáljuk a fát.

8. Bizonyítsuk be, hogy az inorder bejárás bármely bináris keresőfa elemeit növekvő sorrendben írja ki.
9. Egy bináris keresőfában n egész számot, egy másikban pedig m egész számot tárolunk. Rendezzük az $n + m$ elemet $O(n + m)$ lépésben.
10. Adott két bináris keresőfa, mindegyikben n különböző elemet tárolunk. Adjunk $O(n)$ lépésszámú eljárást, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a két fában ugyanazok a számok szerepelnek.
11. Egy bináris keresőfában a pre-, in- és posztorder bejárások közül melyiknél lehetséges az, hogy a tárolt elemek legnagyobbika megelőzi a legkisebbet?
12. Egy bináris keresőfában az $1, 2, \dots, n$ számokat tároljuk. Tegyük fel, hogy a fa valamely bejárása során a csúcsokat az $n, n - 1, \dots, 1$ sorrendben látogattuk meg. Határozzuk meg, hogy a pre-, in- és posztorder bejárások közül melyik lehetett ez a bejárás, és hogyan nézhetett ki a bináris keresőfa.