

Gyakorlás
ALGORITMUSOK ÉS GRÁFOK
4^{1/2}. gyakorlat
2025.

1. Egy algoritmus lépésszáma $14^{14} \cdot n^2 + 8 \cdot n^3 - 7 \cdot \sqrt{n} + 2024$. Alkalmas c konstans és n_0 küszöbérték megadásával bizonyítsuk be, hogy ez egy
 - (a) $O(n^3)$ -ös algoritmus;
 - (b) $O(n^4)$ -es algoritmus.
2. Az alábbiakban három algoritmus lépésszámát láthatjuk. Ezek közül pontosan az egyikre igaz, hogy $O(\log_2 n)$ -es. Válasszuk ki, hogy melyik ez a lépésszám, valamint megfelelő c konstans és n_0 küszöbérték megadásával bizonyítsuk is ezt be.

$$10^{10} \log_2 n + \log_2 \left(\frac{n}{2} \right) - 10, \quad (\log_2 n)^3, \quad \frac{1}{10^{100}} \cdot 2^n$$

3. Az alábbi algoritmusban lépésnek az értékadásokat, az összeadásokat és az eredmény visszaadását tekintjük. Mutassuk meg, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n)$.

Input: egy $n \geq 9$ darab számot tartalmazó A tömb

ciklus: i fut 0-tól 7-ig

ciklus: j fut $(n - 1)$ -től $(n - 8)$ -ig

$A[j] := A[j] + A[i] + 3$

ciklus vége

ciklus vége

return A

4. Az alábbi algoritmusban lépésnek az értékadásokat, az összehasonlításokat, az összeadásokat és az eredmény visszaadását tekintjük. Mutassuk meg, hogy az algoritmus lépésszáma $O(n)$.

Input: egy $n \geq 2$ darab számot tartalmazó A tömb

ciklus: i fut 0-tól $(n - 1)$ -ig

ha $A[i] < 0$:

$A[i] := 1$

ciklus vége

ciklus: j fut 0-tól 17-ig

ciklus: i fut 0-tól $(n - 1)$ -ig

$A[i] := A[i] + j$

ciklus vége

ciklus vége

return A

5. Adott egy $n \geq 2$ darab számot tartalmazó tömb. Adjunk $O(n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben bármely két elem különbsége legfeljebb 100.
6. Egy rendezett $T[0 : 6]$ tömbben 0 és 9 közötti különböző egész számokat tárolunk. Adjuk meg az összes olyan T tömböt, amelyben előfordulhat, hogy a bináris keresés során sorban a 6, 2, 4 számokat látjuk. Mi lehetett ekkor a bináris kereséssel keresett egész szám?
7. A $T[0 : n - 1]$ rendezett tömbben a $0, 1, 2, \dots, n - 2$ értékek fordulnak elő úgy, hogy az egyik érték kétszer szerepel, a többi pedig pontosan egyszer. Adjunk $O(\log_2 n)$ lépésszámú eljárást a duplán előforduló szám megkeresésére.
8. Adott egy $n \geq 2$ darab számot tartalmazó rendezett tömb. Adjunk $O(n \log_2 n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy van-e két olyan szám ebben a tömbben, melyek különbsége 42.
9. Adott egy $n \geq 2$ darab számot tartalmazó tömb. Adjunk $O(n \log n)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy igaz-e, hogy a tömbben bármely két szám különbsége legalább 100.