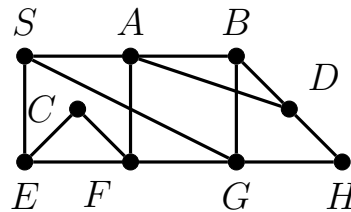


Szélességi bejárás
ALGORITMUSOK ÉS GRÁFOK
11. gyakorlat
2025.

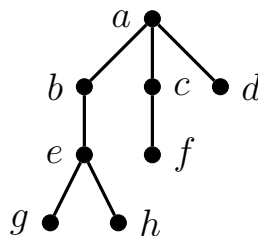
1. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával. Keressünk G -ben a -gyökerű szélességi fát. Mennyi lesz a csúcsok a -tól való távolsága?

a: b, c	b: a, d	c: a, d	d: b, c, e, f
e: d, f, g	f: d, e, g, h	g: e, f, h	h: f, g

2. (a) A szélességi bejárás az alábbi gráf csúcsait a következő sorrendben járta be: S , $\square$, $\square$, $\square$, H , $\square$, F , C , $\square$. Egészítsük ki a sorozatot a hiányzó csúcsok neveivel és adjuk meg a bejáráshoz tartozó szélességi fát.
- (b) Tartalmazhatja-e a $\{D, H\}$ élet a gráf egy S -ből indított tetszőleges szélességi bejárásához tartozó szélességi fája?



3. Egy irányítatlan gráf szélességi bejárása során a csúcsokat az abc szerinti sorrendjükben értük el; a kapott szélességi feszítőfa az ábrán látható. Legfeljebb hány éle lehetett a gráfnak?



4. Egy $k \times k$ -as sakktábla néhány mezőjén az ellenfél egy huszárja (lova) áll. Ha mi olyan mezőre lépünk, ahol az ellenfél le tud ütni, akkor le is üt, de egyébként az ellenfél nem lép. Valamelyik mezőn viszont a mi huszárunk áll. Adjunk $O(k^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy mely másik mezőkre tudunk (lőlépések sorozatával) eljutni anélkül, hogy az ellenfél leütne.

5. Éllistával adott egy n -csúcsú, egyszerű, irányítatlan G gráf, mely egy ország úthálózatát írja le. A gráf csúcsai a városok, az élek a városok között menő közvetlen utak, valamint gráf minden élére adott, hogy biztonságos-e. Adott továbbá két kijelölt város, s és t , és azt szeretnénk eldönteni, hogy el lehet-e úgy jutni s -ből t -be, hogy közben végig csak biztonságos utakon haladunk át. Melyik tanult algoritmust lehet használni, hogyan és miért, hogy $O(n + e)$ lépésben megválaszoljuk ezt a kérdést?
6. Egy város úthálózata szomszédossági mátrixával adott irányítatlan gráffal van leírva, ahol a csúcsok a kereszteződések, az élek pedig a kereszteződések közt vezető utak. Filmforgatás miatt néhány utcát lezárnak; tudjuk, hogy melyeket, és ez az információ egy másik $(n \times n)$ -es L mátrixban van megadva úgy, hogy tetszőleges $i, j \in \{1, \dots, n\}$ esetén $L[i, j] = 1$, ha az i -edik és a j -edik csomópont között lezárás van, egyébként pedig $L[i, j] = 0$. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami eldönti, hogy el tudunk-e jutni a k -edik csomópontban lévő otthonunkból az ℓ -edik csomópontban lévő egyetemre, csak létező lezáratlan utakat használva.
7. Egy szomszédossági mátrixával adott n -csúcsú, egyszerű, irányított G gráfban kettő csúcs, s és t , kivételével minden csúcs színes: piros vagy kék vagy zöld. A csúcsok színei egy, a csúcsokkal indexelt S tömbben adóttak. Az a célunk, hogy megkeressük az s -ből t -be vezető legrövidebb egyszínű utat. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust erre a feladatra.
8. Szomszédossági mátrixával adott n -csúcsú, egyszerű, irányított G gráfban, és annak három csúcsa, s , t és u . Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust egy olyan útvonal meghatározására G -ben, amely s -ből indul, áthalad u -n és t -ben végződik, és ehhez a lehető legkevesebb élt használja.
9. Adott egy irányított G gráf, melynek minden csúcsa színes: piros, fehér vagy zöld színű. Adott a gráfban egy A csúcs, ami piros és egy B csúcs, ami zöld. Tervezzünk egy hatékony algoritmust, ami megtalálja a legkevesebb élből álló olyan utat A -ból B -be, amiben az első néhány csúcs piros, majd néhány (legalább egy) fehér csúcs után csupa zöld csúcs következik.