

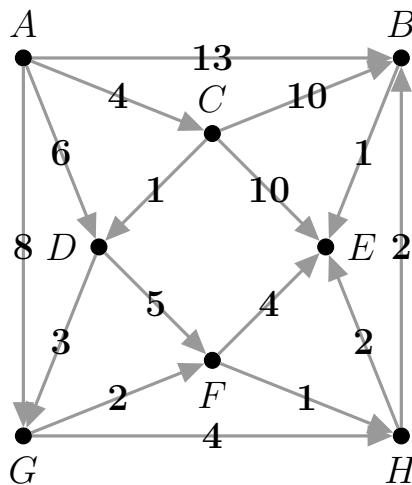
Aciklikus gráfok
ALGORITMUSOK ÉS GRÁFOK
10. gyakorlat
2025.

1. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.

G_1 : **a**: b, c, d ; **b**: d ; **c**: d ; **d**: e ; **e**: a ;

G_2 : **a**: f, g ; **b**: a, g ; **c**: – **d**: – **e**: c, d ; **f**: e ; **g**: e, f ;

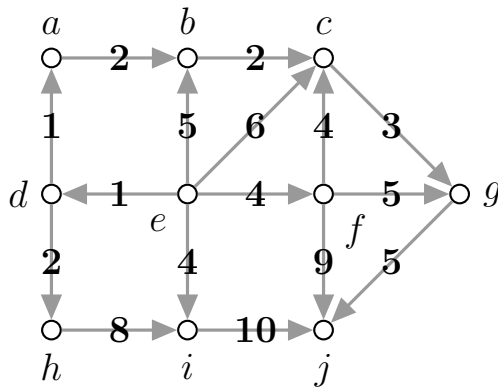
- (a) Döntsük el, hogy a G_1 és G_2 gráfok aciklikusak-e.
 - (b) Amelyik gráf aciklikus, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet.
 - (c) Amelyik gráf aciklikus, abban határozzuk meg az a csúcsból a többi csúcsba vezető legrövidebb, illetve leghosszabb utak hosszát.
2. Döntsük el, hogy az alábbi gráf aciklikus-e és ha igen, adjuk meg egy topologikus sorrendjét, majd számítsuk ki az A csúcsból a többi csúcsba menő legrövidebb és leghosszabb utak hosszát.



3. Éllistájával adott az alábbi G gráf. Igaz-e, hogy a b, c, d, a, e, f sorrend egy topologikus sorrendje G -nek?

a: e, f ; **b**: c, d, e ; **c**: a, e ; **d**: e, f ; **e**: f ; **f**: –

4. Legfeljebb hány éle lehet az egyszerű, irányított G gráfnak, ha G -nek a, b, c, d, e és d, b, c, a, e is topologikus sorrendje?
5. Az ábrán látható G gráf egyes éleire írt számok azt jelentik, hogy hány kincset tudunk összegyűjteni az adott élen. Határozzuk meg, mennyi az összesen összegyűjthető kincsek száma, ha a gráf tetszőleges pontjából indulhatunk, de csak irányított élek mentén haladhatunk.



6. Van b darab borítékunk, az i -ediknek a hossza h_i , a magassága m_i . Az i -edik borítékba akkor tudjuk berakni a j -edik borítékot, ha $h_j < h_i$ és $m_j < m_i$ is teljesül (nem forgatjuk és nem is hajtogatjuk a borítékokat). Célunk, hogy minél hosszabb olyan láncot alakítsunk ki, hogy az i -edikben benne van a j -edik, abban a k -adik, stb. Legyen adott egy $L > 0$ egész és a h_i és m_i számok. Adjunk hatékony algoritmust annak eldöntésére, hogy kialakítható-e a borítékokból egy L -hosszú lánc.
7. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya.
 - (a) Adjunk algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
 - (b) Adjunk algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legmagasabb torony összeállítását.
8. Egy falutörténet írója n korábbi lakosról gyűjtött információkat. A kérdésekre kapott válaszok a következő típusúak voltak:
 - S_i személy meghalt S_j születése előtt;
 - S_i személy élete során született S_j ;
 - S_i személy korábban született, mint S_j ;
 - S_i korábban halt meg, mint S_j .

Egy S_i, S_j párra nem biztos, hogy szerepel minden választípus, és olyan pár is lehet, amely egyetlen válaszban sem szerepel együtt. Mivel az emberek időnként rosszul emlékeznek, nem biztos, hogy minden információ helyes. Adjunk hatékony algoritmust, amivel k darab fenti típusú válaszról eldönthető, hogy van-e közöttük ellentmondás.
9. Éllistájával adott egy G irányított gráf, amiben nincsen irányított kör. Adott továbbá a gráf egy s csúcsa és szeretnénk meghatározni a gráf összes v csúcsa esetén az s -ből v -be vezető utak számát. Adjunk erre a feladatra $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust.