

Algoritmuselemélet ZH

A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc. Minden megoldást indokoljon!
 Minden feladat egységiesen 10 pontot ér.
 Az aláírás megszerzéséhez minimum 24 pontot kell elérni.

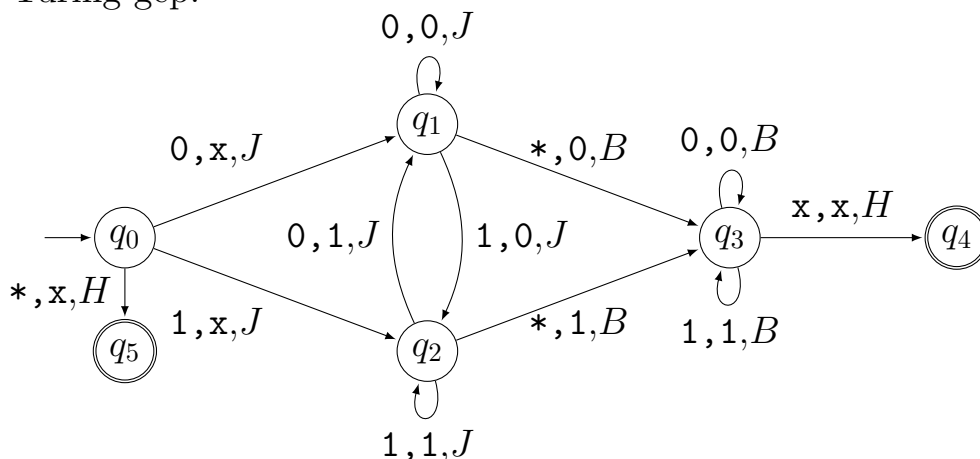
2019. április 1.

1. Legyen az abc az $\{A, B, C, D\}$ halmaz. Az $(AABB)^{2019}$ szövegen (azaz $AABB$ 2019-szer leírva egymás után) az $M = AAB BCC$ mintával a gyorskeresést használjuk.
 - (a) Adja meg az ehhez használt ugrófüggvény értékeit!
 - (b) Hány összehasonlítást végez az algoritmus?

2. Legyen

$$f(n) = \sum_{i=1}^n i.$$

- (a) Melyik az a legkisebb egész p szám, melyre teljesül, hogy $f(n) \in O(n^p)$?
 - (b) Melyik az a legnagyobb egész q szám, melyre teljesül, hogy $f(n) \in \Omega(n^q)$?
3. Adjon reguláris kifejezést a következő nyelvhez: $\{a^n b^m \mid n + m \text{ páros}\}$.
 4. Álljon az L nyelv azon $\Sigma = \{a, b\}$ abc feletti páratlan hosszú, legalább 3 karaktert tartalmazó szavakból, amelyeknek az első, középső és utolsó betűje megegyezik. Adjon környezetfüggetlen nyelvtant ehhez az L nyelvhez!
 5. Legyen $\Sigma = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{0, 1, x, *\}$ és $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, *, \{q_4, q_5\}, \delta)$ a következő egyszalagos Turing-gép:



Mi lesz a szalagon amikor a Turing-gép megáll, ha az input egy $w \in (0 + 1)^*$ szó?
 (Az indoklásról ennél a feladatnál se felelkezzen meg.)

6. A $FURA$ nyelvet olyan tízes számrendszerbeli pozitív egész számok alkotják ($\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$), amelyek oszthatók 7-tel, nem szerepel bennük a 3-as számjegy és jegyeik száma páratlan. Bizonyítsa be, hogy a $FURA$ nyelv P-beli.
7. (a) Adjon meg determinisztikus, teljes (azaz nem hiányos) véges automatát a $\Sigma = \{a, b\}$ abc feletti $a^*b + b^*$ nyelvhez! (b) Mutassa meg, hogy bármely determinisztikus, teljes véges automata, ami ezt a nyelvet ismeri fel, tartalmaz olyan állapotot, amiből nem érhető el irányított élek mentén elfogadó állapot!

Algoritmuselmélet PZH

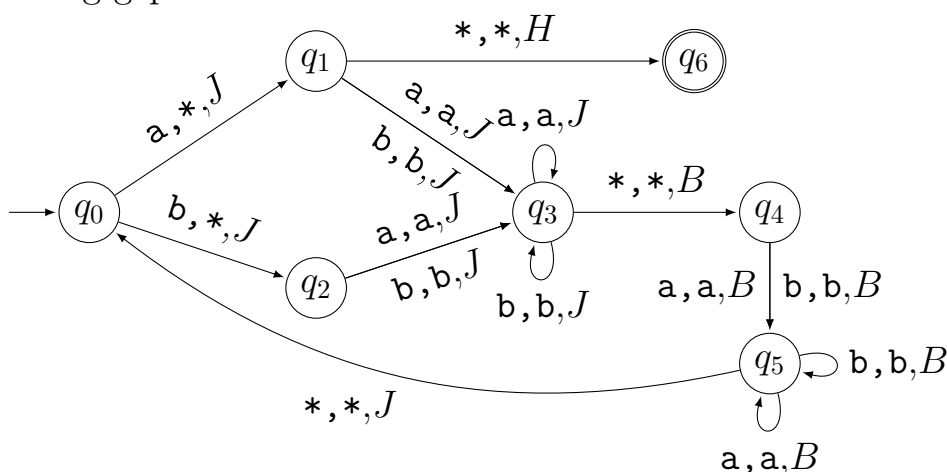
A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc. Minden megoldást indokoljon!
 Minden feladat egységesen 10 pontot ér.
 Az aláírás megszerzéséhez minimum 24 pontot kell elérni.

2019. április 11.

1. Egy mintaillesztési feladatnál legyen az abc az $\{A, B, C, D\}$ halmaz, a szöveg pedig $(ABCD)^{2019}$ (azaz $ABCD$ 2019-szer leírva egymás után). Van-e olyan minta, amit nem tartalmaz a szöveg, és amire (a) a gyorskeresés több összehasonlítást végez, mint az egyszerű algoritmus? (b) pont ugyanannyit végeznek? (c) a gyorskeresés kevesebb összehasonlítást végez?
2. Tudjuk, hogy az $f(n), g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ függvényekre igaz, hogy $f(n) \in O(\log n)$ és $g(n) \in \Theta(n)$. Következik-e ebből, hogy $f(n) \in O(g(n))$?
3. Adjon olyan nemdeterminisztikus véges automatát, amelynek nyelve azon $\{0,1,2,3\}$ abc feletti szavakból áll, amelyekben az utolsó jegy **nem** fordult elő korábban a szóban!
4. Egyértelmű-e a következő nyelvtan?

$$S \rightarrow aS \mid aSbS \mid C$$

5. Legyen $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, *\}$ és $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, *, \{q_6\}, \delta)$ a következő egyszalagos Turing-gép:



Mi a Turing-gép nyelve? (Az indoklásról ennél a feladatnál se felelkezzen meg.)

6. Az L nyelvet olyan pozitív egész számok alkotják, amelyek van két olyan valódi osztója, melyek egymáshoz **nem** relatív prímek. Bizonyítsa be, hogy az L nyelv NP-beli.
7. Legyen $\Sigma = \{0,1\}$ és definiáljuk az L nyelvet a következőképp: Azon páratlan hosszúságú szavak halmaza, melyekben a középső karakter 1-es. Bizonyítsa be, hogy az L nyelv nem reguláris!

Algoritmuselemélet PPZH

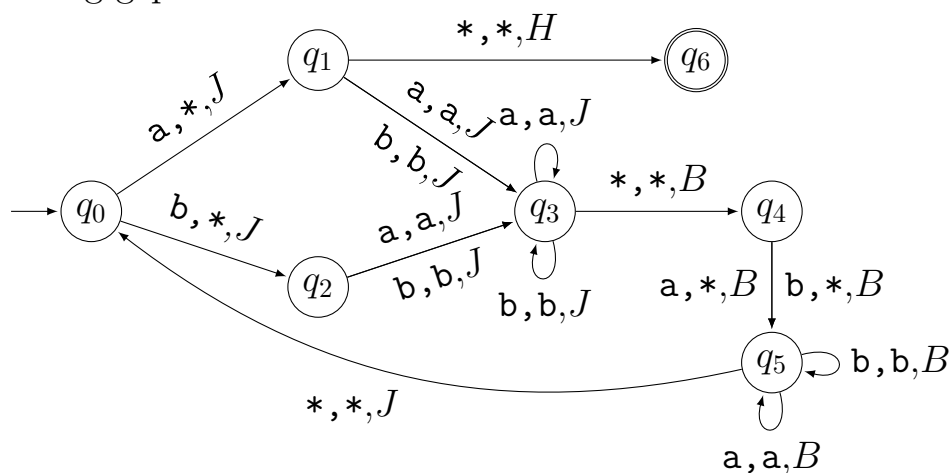
A rendelkezésre álló munkaidő 100 perc. Minden megoldást indokoljon!
 Minden feladat egységesen 10 pontot ér.
 Az aláírás megszerzéséhez minimum 24 pontot kell elérni.

2019. május 23.

1. Egy mintaillesztési feladatnál legyen az abc az $\{A, B, C, D\}$ halmaz, a szöveg pedig $(ABCD)^{2019}$ (azaz $ABCD$ 2019-szer leírva egymás után). Bizonyítsa be, hogy nincs olyan 2019 hosszúságú minta, amit nem tartalmaz a szöveg, és amire a gyorskeresés ugyanannyi összehasonlítást végez, mint az egyszerű algoritmus!
2. Tudjuk, hogy az $f(n), g(n) : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ függvényekre igaz, hogy $f(n) \in O(\log n)$ és $g(n) \in O(n)$. Következik-e ebből, hogy $f(n) \in O(g(n))$?
3. Álljon az $L \subseteq \{0, 1\}^*$ nyelv azokból a szavakból, melyekben nincs 3 közvetlen egymás mellett álló 0 és nincs 3 közvetlen egymás mellett álló 1 sem. Készítsen egy ezt a nyelvet elfogadó (determinisztikus, nem hiányos) véges automatát!
4. Adjon CF nyelvtant a következő nyelvhez:

$$\{uavb \mid u, v \in (a, b)^* \text{ és } |u| = |v|\}.$$

5. Legyen $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{a, b, *\}$ és $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, *, \{q_6\}, \delta)$ a következő egyszalagos Turing-gép:



Mi a Turing-gép nyelve? *(Az indoklásról ennél a feladatnál se feledkezzen meg.)*

6. Legyen L olyan nyelv, ami egy darab $\Sigma = (0 + 1)$ abc feletti szóból áll. Bizonyítsa be, hogy L felismerhető polinom időkorlátos Turing-géppel!
7. Legyen $\Sigma = \{0, 1\}$ és definiáljuk az L nyelvet a következőképp: Azon szavak halmaza, melyeknek hosszúsága négyzetszám. Bizonyítsa be, hogy az L nyelv nem reguláris!