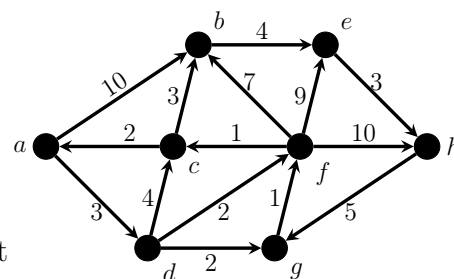


1. Egy irányított gráf csúcshalmaza $\{a, b, c, d, e, f\}$, az élek és súlyaik pedig az alábbiak: $c(a, b) = 5$, $c(a, e) = 6$, $c(b, c) = 4$, $c(b, d) = 6$, $c(c, a) = 3$, $c(d, e) = 2$, $c(e, c) = 2$, $c(e, f) = 1$, $c(f, b) = 3$, $c(f, c) = 1$, $c(f, d) = 1$. Dijkstra módszerével határozza meg a -ból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb út hosszát. (Indokolni nem kell, de látszódjon, lépésenként hogyan változik a $D[]$ és a $P[]$ tömb és a KÉSZ halmaz, illetve mi az egyes pontok távolsága a -tól.)

2. Dijkstra-algoritmussal határozza meg a -ból az összes többi pontba vezető legrövidebb út hosszát és magukat a legrövidebb utakat is. (Indokolni nem kell, de látszódjon, lépésenként hogyan változik a $D[]$ és a $P[]$ tömb és a KÉSZ halmaz, illetve mi az egyes pontok távolsága a -tól.)

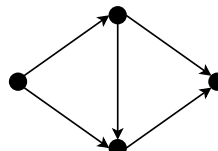


3. Adjuk meg az összes olyan minimális élszámú irányított gráfot (élsúlyokkal együtt), amely(ek)re az alábbi táblázat a Dijkstra-algoritmusban szereplő $D[]$ tömb változásait mutathatja. Adja meg a legrövidebb utakat tartalmazó $P[]$ tömb állapotait is.
4. Mátrixával adott egy város úthálózatának élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi az átlagos idő, ami az út megtételéhez autóval szükséges.

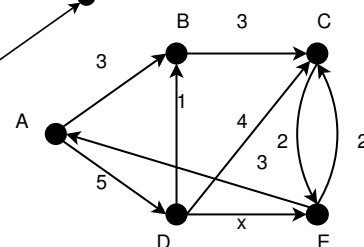
v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6
0	2	6	∞	∞	7
0	2	5	9	∞	6
0	2	5	6	9	6
0	2	5	6	8	6
0	2	5	6	7	6

Útfelújítások miatt a következő héten le fogják zárni a város két csomópontját, a -t és b -t (ezeken nem lehet autóval áthaladni). Adott a gráfban két kijelölt csúcs, S és T és azt szeretnénk eldönteni, hogy az a és b csomópontok lezárása miatt növekedni fog-e az S -ből T -be eljutás ideje és ha igen, akkor mennyivel. (Tételezzük fel, hogy a közvetlen utakhoz rendelt átlagos idők nem változnak a lezárások következtében.) Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni, hogyan és miért, ha $O(n^2)$ lépésben meg akarjuk oldani ezt a feladatot (a szokásos módon n a csomópontok számát jelöli)?

5. Rendeljen hozzá élsúlyokat az alábbi gráf éleihez úgy, hogy a keletkező gráfban Dijkstra algoritmus rosszul számolja ki a legrövidebb utak hosszait.



6. Dijkstra-algoritmussal határozza meg az alábbi gráfban az A pontból az összes többi pontba menő legrövidebb utak hosszát az x pozitív valós paraméter függvényében. Minden lépésnél írja fel a távolságokat tartalmazó D tömb állapotát és a KÉSZ halmaz elemeit.



7. Mátrixával adott egy város úthálózatának összefüggő, élsúlyozott, irányított gráfja: a csúcsok a csomópontok, az élek a csomópontok közötti közvetlen utak, az élek súlya pedig azt mutatja, hogy mennyi idő alatt tud az adott szakaszon egy biciklis futár végigmenni. Egy, az f csúcsban tartózkodó biciklis futár azt a feladatot kapja, hogy a nála levő két csomagot a lehető leggyorsabban kézbesítse ki a város b és c csomópontjaiba (az mindegy, hogy milyen sorrendben kézbesít). Melyik tanult algoritmust lehet alkalmazni és hogyan, hogy $O(n^2)$ lépésben meghatározzuk, hogy milyen sorrendben kell a futárnak a csomagokat leadnia és mennyi a legrövidebb idő, ami alatt teljesíteni tudja a feladatát?

8. A mátrixával adott G irányított gráf élei között van egy negatív súlyú él, a többi él súlya pozitív. A gráfban nincs negatív súlyú kör. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust az $s \in V(G)$ pontból az összes többi pontba vezető legrövidebb utak meghatározására.

9. Adott egy G egyszerű irányított gráf éllistával, nemnegatív élsúlyokkal. Legyen v_1 egy tetszőleges csúcsa G -nek. Adjunk minél hatékonyabb módszert a v_1 -hez legközelebbi 100 csúcs megtalálására!