

1. Bizonyítsa be az alábbi két problémáról, hogy NP-beliek. Melyikről tudja belátni, hogy P-ben van? Melyikről látja, hogy coNP-beli?
 P_1 : adott G irányítatlan gráfban van-e pontosan 100 élből álló kör?
 P_2 : adott G irányítatlan gráf és k pozitív egész esetén van-e G -ben pontosan k élből álló kör?

2. Adott az angol ábécé betűiből álló n hosszúságú karaktersorozat. El akarjuk dönteni, hogy n prímszám-e. Bizonyítsa be, hogy ez a probléma P-ben van.

3. Egy tízes számrendszerbeli alakjában adott pozitív egész számról el akarjuk dönteni, hogy (a) négyzetszám-e. (b) kettő-hatvány-e. (Az input mérete $n = a$ számjegyek száma.) Bizonyítsa be, hogy ezek a problémák P-beliek.
4. Éllistájával adott egy irányított gráf. El akarjuk dönteni, hogy legfeljebb 3 él elhagyásával el lehet-e érni, hogy DAG legyen. Bizonyítsuk be, hogy ez a probléma P-ben van.
5. Bizonyítsa be, hogy az alábbi eldöntési problémák közül az első hét NP-beli, az utolsó kettő pedig coNP-beli. Melyekről tudja belátni, hogy P-ben vannak?
 P_1 : adott G páros gráf és k pozitív egész esetén van-e G -ben k élből álló párosítás?
 P_2 : adott G irányítatlan gráfban van-e Euler körséta?
 P_3 : adott G irányítatlan gráfban van-e 2025 darab független pont?
 P_4 : adott G irányítatlan gráf és k pozitív egész esetén van-e G -ben k darab független pont?
 P_5 : adott $(s_1, \dots, s_m)$ pozitív egészek és adott b egész pozitív szám esetén ki lehet-e választani néhány s_i -t, melyek összege b ?
 P_6 : adott G irányítatlan gráf kromatikus száma kettő-e?
 P_7 : adott G irányítatlan gráf csúcsai kiszínezhetők-e 2025 színnel úgy, hogy azonos színű csúcsok között nem megy él?
 P_8 : adott m pozitív egész számnak minden valódi osztója kisebb-e, mint $m/10$?
 P_9 : Egy adott $v \geq 2$ csúcsú fának legfeljebb 1 db elsőfokú csúcsa van-e?
6. Tegyük fel, hogy van egy olyan X eljárásunk, ami egy input G gráfra és k számra 1 lépés alatt megmondja, hogy van-e G -ben legalább k méretű független ponthalmaz.
(a) Tervezzünk olyan, az X eljárást használó algoritmust, ami polinom időben kiszámolja $\alpha(G)$ -t, a független pontok maximális számát!
(b) Tervezzünk olyan, az X eljárást használó algoritmust, amely polinom időben talál egy $\alpha(G)$ méretű független ponthalmazt!

7. Tekintsük a következő FAKTORIZÁCIÓ eldöntési problémát:
Input: m és t pozitív egészek **Kérdés:** Van-e m -nek olyan d osztója, melyre $1 < d \leq t$?
(a) Lássa be, hogy FAKTORIZÁCIÓ NP-beli.
(b) Lássa be, hogy FAKTORIZÁCIÓ coNP-beli. (Itt használhatja azt, hogy a PRÍM eldöntési probléma P-ben van.)
(c) Lássa be, hogy ha $P = NP \cap coNP$, akkor polinomidőben tudunk egy számot prímtényezőkre bontani és ezért az RSA (könnyen) feltörhető.
8. Tegyük fel, hogy van egy X programunk, amely egy n csúcsú G gráfról egy időegység alatt megmondja, hogy kiszínezhető-e a gráf 3 színnel. Tervezzünk olyan X -t használó algoritmust, amely polinom időben megtalálja G egy 3 színnel való színezését (ha van ilyen egyáltalán)!
9. Van két eldöntési probléma A és B , amelyek ugyanazon bemenetre különböző kérdést válaszolnak meg. Tudjuk, hogy $A, B \in P$. Bizonyítsa be, hogy ha a C probléma azt a kérdést válaszolja meg, hogy az A illetve B kérdés valamelyikére igen-e a válasz, akkor $C \in P$ is teljesül. Hogyan függ a C -t eldöntő algoritmus lépésszáma az A és B kérdést eldöntő algoritmusok lépésszámától?
10. Legyen B egy polinom idejű eljárás, aminek az eredménye nem feltétlenül csak egybites. Tekintsük azt a C eljárást, ami az x inputon futtatja B -t, majd az eredménnyel, mint bemenettel ismét meghívja B -t, és így tovább, ezt teszi összesen c alkalommal. Bizonyítsa be, hogy C polinomiális idejű, ha a c konstans. Mi a helyzet akkor, ha a c polinomiális lehet az input hosszában?