

1. Igazolja, hogy léteznek az alábbi Karp-redukciók! (a) $RH \leq HAM$ (b) $ÖSSZEFÜGGŐ \leq 3SAT$
 (c) $ÖSSZEFÜGGŐ \leq PÁROS$
 (ÖSSZEFÜGGŐ az összefüggő gráfok nyelve, PÁROS meg a páros gráfoké)
2. Igazolja, hogy ha $coNP \neq NP$, akkor $MAXKLIKK \notin P$.
3. Mutassa meg, hogy az alábbi nyelvek NP-teljesek!
 - (a) az olyan G gráfokból álló nyelv, amelyek kiszínezhetőek 3 színnel úgy, hogy mindegyik színt ugyanannyiszor használjuk.
 - (b) az olyan (G, a, b, k) négyesekből álló nyelv, ahol G egy irányítatlan gráf, $a, b \in V(G)$, $k > 0$ egész szám és G -ben van olyan út a és b között, aminek a hossza legalább k .
 - (c) az olyan (G, a, b) hármassokból álló nyelv, ahol G egy irányítatlan gráf, $a, b > 0$ egész számok és a G gráfnak van a $K_{a,b}$ teljes páros gráffal izomorf feszített részgráfja.
 - (d) az olyan G irányítatlan gráfokból álló nyelv, amelyekre G -ben van olyan C kör, hogy minden $v \notin C$ csúcs össze van kötve éllel a C valamely csúcsával.
 - (e) az olyan G irányítatlan gráfokból álló nyelv, amelyekre G -ben van olyan C kör aminek hossza legalább G csúcsszámának fele.
 - (f) az olyan Boole-formulákból álló nyelv, amelyek két különböző értékadással is kielégíthetőek.
4. Tegyük fel, hogy $P \neq NP$ és $L_1 \in P$. Lehetséges-e, hogy
 - (a) egy NP-teljes L_2 nyelvre L_1 Karp-redukálható?
 - (b) egy NP-teljes L_2 nyelv Karp-redukálható L_1 -re?
 - (c) az L_1 nyelv NP-beli?
5. Tekintsük azt a problémát, hogy egy adott G irányítatlan súlyozott gráfban mekkora a maximális súlyú út súlya! Adja meg, mi lesz az ehhez tartozó nyelv, és lássa be, hogy az NP-teljes!
6. S-T-HAMÚT jelöli az olyan (G, s, t) hármassokból álló nyelvet, ahol a G irányítatlan gráf s és t csúcsa között van Hamilton-út. Igazolja, hogy az alábbi nyelvekre az S-T-HAMÚT nyelvről van Karp-redukció!
 - (a) HAMÚT: a Hamilton-úttal rendelkező gráfok nyelve
 - (b) HAM: a Hamilton-körrel rendelkező gráfok nyelve
7. Bizonyítsa be, hogy a S-T-HAMÚT nyelv NP-teljes!
8. Az alábbi problémák mindegyikében a bemenet egy $G(V, E)$ irányítatlan gráf és a gráf pontjainak egy $S \subseteq V$ részhalmaza. Határozza meg, melyik esetben kapunk P-beli, mikor NP-teljes problémát!
 - (a) **Kérdés:** Van-e olyan feszítőfa G -ben, melyben S minden eleme levél?
 - (b) **Kérdés:** Van-e olyan feszítőfa G -ben, melynek levelei pontosan az S -beli pontok?
 - (c) **Kérdés:** Van-e olyan feszítőfa G -ben, melynek levelei az S -beli pontok közül valók?