1. Bizonyítsa be, hogy az alábbi nyelvek co NP-beliek!

   (a) Az olyan páros gráfok nyelve, amelyekben van teljes párosítás.

   (b) Az olyan gráfok nyelve, amelyekben van teljes párosítás.

   (c) Az olyan gráfok nyelve, amelyekben akárhogyan színezzük ki az éleket 2 színnel, mindig keletkezik egyszínű háromszög.

2. Álljon a nyelv az olyan (G, t) párokból, ahol G egy nemnegatív élsúlyokkal rendelkező irányítatlan gráf, $t > 0$ egész, és G-ben minden, t darab élből álló párosítás súlya legalább t^2. Igazolja, hogy ez a nyelv co NP-ben van!

3. Legyen $f : \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^* \to \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ olyan polinom időben kiszámolható, bijektív függvény, aminél minden $x \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ szóra teljesül, hogy $|f(x)| = |x|$.
   Legyen $L = \{y \mid \text{ van olyan 1-gyel kezdődő } x, \text{ amire } f(x) = y\}$. Igaz-e, hogy $L \in \mathrm{NP} \cap \mathrm{co\,NP}$?

4. Igazolja, hogy az a nyelv, ami az összes olyan M determinisztikus véges automata leírásából áll, melyre $L(M) \neq \emptyset$ teljesül, NP-ben van.

5. Igazolja, hogy 3SZÍN $\prec$ 100SZÍN !

6. Igazolja, hogy HAMÚT $\prec$ HAM !
   (HAMÚT a Hamilton-utat tartalmazó gráfok nyelve, HAM pedig a Hamilton-kört tartalmazó gráfoké.)

7. Mutassa meg, hogy ha $X \prec Y$, akkor $\overline{X} \prec \overline{Y}$ is igaz.

8. Bizonyítsa be, hogy ha $L_1 \prec L_2$ és $L_2 \in \mathrm{NP}$, akkor $L_1 \in \mathrm{NP}$.

9. Bizonyítsa be, hogy ha $L_1 \prec L_2$ és $L_2 \in \mathrm{co\,NP}$, akkor $L_1 \in \mathrm{co\,NP}$.

10. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges Boole-formuláról polinom időben eldönti, hogy a SAT nyelvnek eleme vagy nem. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott $\varphi(x_1, x_2, \cdots, x_m)$ formulához a változóknak egy olyan értékelését, amelyet ha a φ-be behelyettesítünk, akkor a formula értéke igaz lesz?

11. Igazolja, hogy ha egy X eldöntési probléma NP-teljes és $X \in \mathrm{NP} \cap \mathrm{co\,NP}$, akkor $\mathrm{NP} = \mathrm{co\,NP}$.