1. Egy bináris fa csúcsai 0 és 9 közötti egész számokkal vannak megcímkézve. Az inorder bejárás során a címkék sorrendje: 9, 3, 1, 0, 4, 2, 7, 6, 8, 5, a posztorder bejárásnál pedig 9, 1, 4, 0, 3, x, 7, 5, y, 2. Mi lehet az x és mi az y?

2. Határozza meg azokat a bináris fákat, amelyekben a preorder bejárás szerinti sorrend éppen a posztorder bejárás által adott sorrend fordítottja!

3. (a) Építsen beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 7, 3, 2, 9, 8, 12, 6, 4.
(b) Járja be pre-. in-, és posztorder bejárással a kapott fát!
(c) Az (a) rész keresőfáján hajtsa végre az alábbi műveletsort: BESZÚR(5), TÖRÖL(2), TÖRÖL(7), TÖRÖL(6).

4. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Mely x egész számokra lehetséges, hogy egy KERES(x) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben?

5. Bizonyítsuk be, hogy ha az inorder bejárást egy bináris keresőfára futtatjuk, akkor az elemeket rendezett sorrendben kapjuk meg.

6. Az A keresőfában n egész számot, a B-ben pedig m-et tárolunk. Rendezzük az $n+m$ elemet $O(n+m)$ lépésben!

7. Adott egy n csúcsú bináris keresőfa, melyben csupa különböző elemeket tárolunk. Ennek minden v csúcsára meg akarjuk határozni, hogy a v gyökerű részfában hány darab v-nél kisebb elem van tárolva. Adjon algoritmust, ami ezt a feladatot $O(n)$ lépésben megoldja!

8. Igazolja, hogy minden olyan algoritmus, ami csak összehasonlításokkal fel tud építeni egy bináris keresőfát n elem esetén $\Omega(n \log n)$ összehasonlítást használ!

9. Nyitott címzéssel hash-elünk egy kezdetben üres $M = 11$ méretű táblába a $h(x) = x \pmod{M}$ hash-függvénnyel. Mi lesz a tábla állapota, ha a 4, 5, 14, 15, 16, 26, 3 kulcsokat a megadott sorrendben beszúrjuk és az ütközések feloldására

   (a) lineáris próbát használunk?

   (b) kvadratikus maradék próbát használunk?

   (c) kettős hash-elést használunk, amikor $h'(x) = 7x \pmod{(M-1)}$ a második hash-függvény?

   Hány ütközés történt az egyes esetekben?

10. Előfordulhat-e nyitott címzéses hash-elés esetén, hogy az $n > 3$ méretű táblában csak 3 elem van, de a keresés lépésszáma n ?

11. Jó választás-e $M = 7$ méretű táblánál a $h(x) = x^2 \pmod{7}$ hash-függvény?

12. A $T[0 : M]$ táblában $2n$ elemet ($n < M/3$) helyeztünk el valamilyen hash-függvény segítségével, amikor azt tapasztaltuk, hogy az elemek mindegyike az első $3n$ hely egyikére került. Ha nem volt közben törlés és a végén a táblában minden $3i$ indexű hely üres maradt ($0 \leq i < n$), akkor legfeljebb hány ütközés lehetett, ha

    (a) lineáris próbát használtunk?

    (b) kvadratikus maradék próbát használtunk?

13. Egy m méretű hash-táblában már van néhány elem. Adjon $O(m)$ lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy egy újabb elem lineáris próbával történő beszúrásakor maximum hány ütközés történhet!

14. A $b_0 ... b_n$ alakú $n+1$ hosszú bitsorozatokat akarjuk tárolni. Tudjuk, hogy a b_0 paritásbit (ami a sorozatban az egyesek számát párosra egészíti ki). Ha nyitott címzésű hash-elést használunk $h(x) \equiv x \pmod{M}$ hash-függvénnyel és lineáris próbával, akkor $M = 2^n$ vagy $M = 2^n + 1$ méretű hash-tábla esetén lesz kevesebb ütközés?

A 2-3 fák idén nem fértek bele az előadásba. Akit érdekel, a honlapon megnézheti a tudnivalókat, itt pedig pár gyakorló feladat következik.

15. Adjon egy 2-3-fát amely az 5,8,21,63 elemeket tartalmazza, majd sorban szúrja be a 69,32, 7,23,25 elemeket!

16. Egy 2-3-fa gyökerének három fia van, a benne szereplő két érték 40 és 50. Mennyi lehet a tárolt elemek minimális, illetve maximális száma, ha tudjuk, hogy csak pozitív egész számokat tárol a fa?

17. Az $[1, 178]$ intervallumba eső összes egész számot egy 2-3-fában tároljuk. Tudjuk, hogy a gyökérben két útjelző van, és az első ezekből a 17. Mi lehet a második?

18. Egy 2-3-fában 4 elem van. Egyértelmű-e a 2-3-fa?