1. Egy f fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk, hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépnünk. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjon dinamikus programozást használó algoritmust ami meghatározza, hogy (a) a létra aljától fel tudunk-e jutni a létra legfelső fokára! (b) a létra aljától hányféleképpen tudunk feljutni a létra legfelső fokára!
(Feltehető, hogy a legfelső fokra rá szabad lépni.) Mennyi az algoritmusok lépésszáma?

2. Egy $m \times m$ méretű táblázat mezőin lépkedünk a bal alsó sarokból a jobb felső sarokba úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk, de van néhány „tiltott" mező, ahova nem léphetünk. Adjon egy dinamikus programozást használó eljárást, ami meghatározza, hogy hányféleképpen érhetünk célba!

3. Tekintsük az RH problémának azt a változatát, amikor adottak az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ és a b egész számok, melyekre teljesül, hogy $0 < a_i < n^2$ minden $1 \leq i \leq n$ esetén. Kérdés, hogy van-e olyan $I \subseteq \{1, \ldots, n\}$, melyre $\sum_{i \in I} a_i = b$. Mutassa meg, hogy ez a változat P-ben van!

4. Éllistával adott egy n pontú e élű G irányított gráf, ami egy DAG. Adjon $O(n + e)$ lépésszámú algoritmust, ami minden v pontra meghatározza azoknak az utaknak a számát
   (a) amelyek egy rögzített s pontból v-be visznek!
   (b) amelyek v-ből egy rögzített t pontba visznek!

5. Adott n pozitív egész szám, $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Az $n + 1$ sorból és $b + 1$ oszlopból álló T táblázat sorait 0-tól n-ig, oszlopait 0-tól b-ig indexeljük. Legyen $T[0, 0] = 1$ és $T[0, c] = 0$ minden $1 \leq c \leq b$ értékre. Adjon eljárást, ami a T többi mezőjét összesen $O(nb)$ lépés alatt kitölti úgy, hogy $T[i, c]$ értéke azt mutassa, hányféleképpen lehet az $a_1, a_2, \ldots, a_i$ számok közül néhány összegeként a c számot előállítani ($1 \leq i \leq n, 1 \leq c \leq b$).

6. Egy $n \times n$ méretű táblázat minden eleme egy pozitív egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben kövessék egymást. Adjon $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy (a) hány a szabályoknak megfelelő út van! (b) mekkora a legnagyobb értékű, a szabályoknak megfelelő út, ha egy út értéke a benne szereplő számok szorzata!

7. Legyen $s_1 s_2 \ldots s_n$ és $t_1 t_2 \ldots t_m$ egy n és egy m hosszú karaktersorozat. Azt szeretnénk, hogy az $n \times m$ méretű A mátrix $A[i, j]$ eleme tartalmazza azt a legnagyobb k számot, melyre az $s_1 s_2 \ldots s_i$ és a $t_1 t_2 \ldots t_j$ sorozatok utolsó k karaktere megegyezik. Adjon eljárást, ami az A tömböt $O(nm)$ lépésben kitölti.

8. Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1 a_2 \cdots a_n$ és a másik $b_1 b_2 \cdots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy $a_{i+1} a_{i+2} \ldots a_{i+t} = b_{j+1} b_{j+2} \ldots b_{j+t}$ teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(nm)$ lépést használó algoritmust.

9. Adott egy n és egy m hosszú 0-1 sorozat, $a_1, a_2, \ldots, a_n$, illetve $b_1, b_2, \ldots, b_m$. Ezek alapján egy T tömböt töltöttünk ki a következő módon:

   Ha $0 \leq i \leq n$, akkor $T[i, 0] = 0$. Ha $0 \leq j \leq m$, akkor $T[0, j] = 0$.

   Ha $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$, akkor $T[i, j] = \begin{cases} T[i-1, j-1] + 1 & \text{ha } a_i = b_j \\ \max\{T[i, j-1], T[i-1, j]\} & \text{ha } a_i \neq b_j \end{cases}$

   Mi a jelentése a $T[i, j]$ értéknek! A két sorozatnak milyen tulajdonságát adja meg a $T[n, m]$ érték?