

1. Adjon Karp-redukciót a PARTÍCIÓ problémáról a RH problémára!
(Az RH eldöntési problémában egy $(s_1, s_2, \dots, s_n; b)$ inputról kell eldönteni, hogy ki lehet-e választani pár olyan s_i -t, amiknek összege b (minden s_i és b is pozitív egész). A PARTÍCIÓ problémában pedig egy (s_1, s_2, \dots, s_n) inputról kell eldönteni, hogy szét lehet-e osztani az s_i értékeket két halmazba úgy, hogy a két rész összege ugyanaz legyen (minden s_i pozitív egész).)
2. A HÁTIZSÁK eldöntési problémában egy $(s_1, \dots, s_m; v_1, \dots, v_m; b; k)$ inputról kell eldönteni, hogy van-e olyan $I \subseteq \{1, \dots, m\}$ részhalmaza az indexeknek, amire $\sum_{i \in I} s_i \leq b$ és $\sum_{i \in I} v_i \geq k$ is teljesül. Bizonyítsa be, hogy a HÁTIZSÁK feladat NP-teljes!
3. A TÖBBSÉGI-SAT nyelv olyan Boole formulákból áll, amik a változók lehetséges értékadásainak több mint a felére igazak. (Ha k változó van benne, akkor 2^k lehetséges értékadás van, ezek közül több mint 2^{k-1} -re igaz.) Bizonyítsa be, hogy a TÖBBSÉGI-SAT nyelv NP-nehéz.
4. P-beli vagy NP-teljes az a feladat, ahol adottak az a_1, \dots, a_n egész számok és az a kérdés, hogy ez a számhalmaz szétosztható-e három részre úgy, hogy mindhárom rész összege ugyanannyi legyen?
5. Egy n emberből álló szervezetben b féle bizottság működik. Bizottsági ülések időpontját akarjuk kitűzni. Két különböző bizottság ülése akkor lehet azonos napon, ha nincs olyan ember, aki mindkét bizottságnak tagja. Legyen adott egy k pozitív egész szám és minden bizottsághoz a tagok névsora. Azt szeretnénk eldönteni, hogy az összes bizottság ülése lebonyolítható-e k napon belül. Vagy adjon egy, a kívánt beosztást megtaláló polinomiális algoritmust, vagy mutassa meg, hogy a feladathoz tartozó nyelv NP-teljes!
6. A TSP (*Travelling Salesman Problem*) feladatban azt kell eldönteni egy élsúlyozott **teljes** G gráfról és egy k egész számról, hogy van-e G -ben olyan Hamilton-kör, melynek súlya legfeljebb k . Lásza be, hogy a TSP feladat NP-teljes.
7. Tudjuk, hogy $L_1 \prec L_2$ és hogy az L_2 komplementere Karp-redukálható a PARTÍCIÓ nyelvre. Igazolja, hogy ekkor $L_1 \in \text{co NP}$!
8. Bizonyítsa be, hogy ha $P = \text{NP}$, akkor az \emptyset és a Σ^* nyelvek kivételével minden P-beli nyelv NP-teljes.
9. Tegyük fel, hogy van egy eljárásunk, ami egy tetszőleges n csúcsú gráfról polinom időben megmondja, hogy van-e benne Hamilton-kör. Hogyan lehet ezt felhasználva polinom időben megtalálni egy adott G gráfban egy Hamilton-kört?
10. Egy hivatal egy új, E emeletes épületbe fog költözni. Az épület minden emeletén ugyanakkora terület használható fel irodák kialakítására. Minden részleg megmondta, hogy összesen mekkora irodaterületre tart igényt. Azt akarjuk eldönteni, hogy megoldható-e a költözés úgy, hogy egyetlen részleg se legyen kettévágva, azaz egy részleg teljes egészében egy emeleten legyen (de egy emeletre kerülhet több részleg is). Mi lesz a problémához tartozó nyelv? Ez a nyelv P-ben van vagy NP-teljes?
11. Az L nyelv az olyan G egyszerű gráfokból áll, melyeknél a csúcsok színezéséhez kell legalább 4 szín. Igazolja, hogy a $\text{PRÍM} \prec L$ Karp-redukció létezik!