

1. A $h(x) = x \pmod{7}$ hash-függvény segítségével hajtsuk végre az alábbi hash-táblán rendre a TÖRÖL(13), KERES(7) és BESZŰR(7) műveleteket úgy, hogy az ütközések feloldására használjunk (a) lineáris próbát; (b) kvadratikus maradék próbát; (c) kettős hash-elést a $h'(x) = 1 + (x \pmod{6})$ másodlagos hash-függvénnyel.

0	1	2	3	4	5	6
0	8				12	13

2. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma P-beli. 3. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma NP-beli.
 Bemenet: egy irányítatlan G gráf. Bemenet: egy G páros gráf és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám.
 Kérdés: összefüggő-e G ? Kérdés: van-e G -ben legalább k -élű párosítás?
4. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma coNP-beli.
 Bemenet: egy $n \geq 2$ egész szám.
 Kérdés: prímszám-e n ?

5. Egy kezdetben üres, 11-méretű hash-táblába nyílt címezéssel, a $h(x) = x \pmod{11}$ hash-függvényt és lineáris próbát használva szűrtünk be néhány egész számot. Két elem kitörölése után az alábbi állapotot kaptuk. Határozzuk meg az összes olyan 30-nál kisebb pozitív egész számot, amit (a) a 7-es indexű, illetve (b) a 3-as indexű cellából törölhettünk.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	1	26	*	15		6	*			10

6. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma P-beli. 7. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma NP-beli.
 Bemenet: egy irányítatlan G gráf. Bemenet: egy G gráf és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám.
 Kérdés: kiszínezhető-e 2 színnel G ? Kérdés: van-e G -ben legalább k -méretű klikk?
8. Mutassuk meg, hogy az alábbi problémák coNP-beliek.
 (a) Bemenet: egy G páros gráf és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám. (b) Bemenet: egy $n \geq 2$ egész szám.
 Kérdés: van-e G -ben legalább k -élű párosítás? Kérdés: prímszám-e n ?
9. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma NP-beli.
 Bemenet: egy G gráf.
 Kérdés: igaz-e, hogy $\chi(G) \leq \omega(G)$? (zh2, 2025. alapján)

10. Egy 7-méretű hash-táblába a $h(x) = x \pmod{7}$ hash-függvénnyel szűrünk be elemeket. Az ütközéseket kettős hasheléssel oldjuk fel a $h'(x) = 5 - (x \pmod{5})$ másodlagos hash-függvény segítségével. Szűrjük be a kezdetben üres táblába a 19, 26, 38, 33, 31 elemeket ebben a sorrendben. (vizsga3, 2018.)
11. Vödörös hash-eléssel M vödörben tárolunk n elemet. Határozzuk meg a keresés lépésszámát (a legrosszabb esetben), ha a vödrök tartalmát (a) láncolt listákban, (b) 2–3 fákban tároljuk. (vizsga4, 2018. alapján)
12. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma P-beli. 13. Mutassuk meg, hogy az alábbi probléma NP-beli.
 Bemenet: egy G páros gráf és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám. Bemenet: egy G gráf és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám.
 Kérdés: igaz-e, hogy $\alpha(G) \geq k$? Kérdés: igaz-e, hogy $\chi_e(G) \leq k$?
14. Mutassuk meg, hogy az alábbi problémák coNP-beliek.
 (a) Bemenet: $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$ egész végpontú intervallumok és egy $k \in \mathbb{Z}_+$ szám. (b) Bemenet: egy G gráf és egy $w: E(G) \rightarrow \mathbb{Z}$ súlyfüggvény.
 Kérdés: igaz-e, hogy az intervallumok által meghatározott G intervallumgráfra $\chi(G) \leq k$? Kérdés: igaz-e, hogy G minden körének az összsúlya legalább 2015? (vizsga3, 2015.)
15. Tegyük fel, hogy van egy olyan \mathcal{A} eljárásunk, ami egy bemenetként kapott G gráfra és k pozitív egész számra egy lépés alatt megmondja, hogy van-e G -ben legalább k -méretű független ponthalmaz.
 (a) Tervezzünk olyan, az \mathcal{A} eljárást használó algoritmust, ami polinomidőben kiszámolja $\alpha(G)$ -t.
 (b) Tervezzünk olyan, az \mathcal{A} eljárást használó algoritmust, ami polinomidőben talál egy $\alpha(G)$ méretű független ponthalmazt.