

1. (a) Építsünk kupacot az előadáson tanult  $O(n)$  lépésszámú eljárás segítségével a következő tömbből.  
7, 3, 5, 8, 10, 1, 6, 4  
(b) Szűrjük be a kapott kupacba a 2-t az órán tanult algoritmussal.  
(c) Hajtsunk végre egy MINTÖR műveletet a kapott kupacon. (zh, 2015. alapján)
2. (a) Építsünk beszúrásokkal bináris keresőfát az alábbi sorrendben érkező számokból: 4, 3, 7, 5, 1, 8, 2, 6.  
(b) Hajtsuk végre rendre a TÖRÖL(8), TÖRÖL(7) és TÖRÖL(4) műveleteket.  
(c) Járjuk be pre-, in- és posztorder bejárással a kapott 5-csúcsú bináris keresőfát.

---

3. Egy bináris keresőfában csupa különböző egész számot tárolunk. Lehetséges-e, hogy egy KERES( $x$ ) hívás során a keresési út mentén a 20, 18, 3, 15, 5, 8, 9 kulcsokat látjuk ebben a sorrendben? (zh, 2004.)
4. Egy bináris keresőfában  $n$  darab különböző egész számot, egy másikban pedig  $m$  darab különböző egész számot tárolunk. Rendezzük az  $n + m$  elemet  $O(n + m)$  lépésben. (vizsga2, 2007. alapján)
5. A  $T[1 : 2013]$  tömbben egy kupac adatstruktúrát tárolunk, és minden tárolt elem különböző. Tudjuk, hogy ebben a kupacban a legnagyobb elem  $T[i]$ . Határozzuk meg  $i$  összes lehetséges értékét. (zh, 2013.)
6. Egy  $n$ -elemű kupac egyik elemét megváltoztattuk. Feltéve, hogy a változtatás helye ismert, adjunk  $O(\log_2 n)$  lépésszámú algoritmust a kupac-tulajdonság helyreállítására.
7. Bizonyítsuk be, hogy egy  $n$  elemből álló kupac legnagyobb elemének megkereséséhez  $\Omega(n)$  összehasonlítás szükséges.

---

8. Rendezzük a következő 3-hosszú, kizárólag  $a$ ,  $b$  és  $c$  betűkből álló betűsorozatokat radix rendezéssel:  $cab$ ,  $abb$ ,  $cca$ ,  $bc$ ,  $cb$ ,  $aac$ ,  $bac$ .
9. Egy kupac tömbös reprezentációja 3, 5,  $y$ ,  $x$ , 12, 10, 100, 7, 16, 21. Tudjuk, hogy a tárolt elemek mind különböző egész számok, és hogy egy MINTÖR művelet végrehajtása után a gyökérbe  $y$  kerül. Határozzuk meg  $x$  és  $y$  összes lehetséges értékét. (zh2, 2023. alapján)
10. Egy bináris fa inorder bejárása  $j, b, k, g, i, a, c, d, f, e, h$ , preorder bejárása pedig  $a, b, j, g, k, i, d, c, e, f, h$ . Rekonstruáljuk a fát. (vizsga2, 2002.)
11. Adott egy  $(n \times n)$ -es mátrix. Adjunk  $O(n^2 \log_2 n)$  összehasonlítást használó algoritmust, amely eldönti, van-e két olyan sor, amelyeknek az első oszlopbeli elemei különböznek, viszont az összes többi oszlopban megegyeznek. (zh1, 2024.)
12. Vázzunk egy  $O(n)$  időigényű algoritmust olyan  $n$  egész számból álló sorozat rendezésére, melynek elemei az (a)  $\{1, \dots, 3n\}$  tartományba, (b)  $\{1, \dots, n^7 - 1\}$  tartományba esnek.
13. Bizonyítsuk be, hogy egy  $n$ -elemű kupac felépítése  $\Omega(n)$  összehasonlítást igényel.
14. Egy orvosi rendelőben a regisztrációnál kell bejelentkezni, ahol az ott dolgozók eldöntik, hogy a beteg az épp rendelő két orvos közül  $A$ -hoz vagy  $B$ -hez kell kerüljön, vagy bármelyikükhöz kerülhet. Ezen kívül, a beutaló ismeretében, a beteghez egy, a sürgősséget kifejező, számot is rendelnek. Amikor valamelyik orvos végzett egy beteggel, akkor azon betegek közül, akiket nem csak a másik orvos láthat el, behívja a legnagyobb sürgősségi számút. Tegyük fel, hogy a kiosztott sürgősségi számok egymástól különbözőek. Írjunk le egy olyan adatszerkezetet, ami abban az esetben, ha  $n$  beteg várakozik, akkor a regisztráción az új beteg beillesztését, illetve az orvosoknak a következő beteg kiválasztását  $O(\log n)$  lépésben lehetővé teszi. (zh, 2008.)
15. Egy gyökeres színtezett fán  $A$  és  $B$  a következő játékot játssza: felváltva mozgatnak egy bábút, ami kezdetben az első szinten, a gyökérben van. Minden lépésben a soron következő játékos az aktuális  $v$  csúcsból  $v$  valamelyik fiába mozgatja a bábút. A játéknak akkor van vége, ha a bábu a fa egyik levelébe kerül. A levelek egy része zöldre van festve. A kezdő  $A$  játékos akkor nyer, ha a játék egy zöld levélben ér véget. Adott a fa éllistája, amiből minden levélről kiderül, hogy az zöld-e. Mutassunk egy  $O(n)$  lépésszámú algoritmust, amely meghatározza, hogy az  $A$  játékos hogyan játsszon, hogy biztosan nyerjen (feltéve, hogy van ilyen nyerő stratégiája). (zh, 2005.)