

1. Adott az a_1, a_2, \dots, a_n számsorozat. Ebből néhány tagot akarunk úgy kiválasztani, hogy ne legyen közöttük két szomszédos eleme a sorozatnak, és a kiválasztott elemek négyzetösszege maximális legyen. Adjunk dinamikus programozást használó algoritmust a feladat megoldására, és határozzuk meg az algoritmus lépésszámát. (vizsga3, 2016. alapján)
2. Legyen $s_1 s_2 \dots s_n$ egy n -hosszú és $t_1 t_2 \dots t_m$ egy m -hosszú karaktersorozat.
 - (a) Azt szeretnénk, hogy az $n \times m$ méretű A mátrix $A[i, j]$ eleme azt a legnagyobb k szám legyen, melyre az $s_1 s_2 \dots s_i$ és a $t_1 t_2 \dots t_j$ sorozatok utolsó k karaktere megegyezik. Adjunk eljárást, ami az A tömböt $O(nm)$ lépésben kitölti. (vizsga4, 2018.)
 - (b) Határozzuk meg az $s_1 s_2 \dots s_n$ és a $t_1 t_2 \dots t_m$ szavak leghosszabb közös részsorozatának a hosszát: azaz a legnagyobb olyan ℓ számot keressük, amihez léteznek olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexek, hogy $s_i = t_j$, $s_{i+1} = t_{j+1}, \dots, s_{i+\ell} = t_{j+\ell}$.

3. Egy $n \times n$ méretű táblázat mezőin lépkedünk a bal alsó sarokból a jobb felső sarokba úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk, de van néhány „tiltott” mező, ahova nem léphetünk. Adjunk egy dinamikus programozást használó eljárást, ami meghatározza, hogy hányféleképpen érhetünk célba. Mi az algoritmus lépésszáma? (vizsga3, 2018.)
4. Egy f -fokú létrán bizonyos fokok annyira rozogák, hogy ha rálépünk, leszakadnak. Szerencsére tudjuk, hogy melyik fokok ilyenek, hova nem szabad lépniük. Tegyük fel, hogy a legfelső fokra rá szabad lépni. Egy lépéssel legfeljebb 3 fokot tudunk lépni. Adjunk dinamikus programozást használó algoritmust, ami meghatározza, hogy a létra aljától
 - (a) fel tudunk-e jutni,
 - (b) hányféleképpen tudunk feljutni
 a létra legfelső fokára. Mennyi az algoritmusok lépésszáma? (vizsga2, 2018. alapján)
5. A b_1, b_2, \dots, b_n sorozat különböző nemnegatív egészekből áll. Szeretnénk meghatározni a legnagyobb összeget a monoton növekvő részsorozatok körében. Például ha a sorozat a 2, 1, 10, 6, 3, 8, 4, 9, akkor a legnagyobb összeg 25, amit a 2, 6, 8, 9 részsorozatnál érünk el. Adjunk $O(n^2)$ futásidőjű algoritmust, ami megtalálja a legnagyobb elérhető összeg értékét. (vizsga1, 2022.)
6. Egy n -hosszú 0–1 sorozatot olyan, legalább 4-hosszú darabokra kell szétvágni, hogy minden keletkezett részben az első két bit megegyezzen az utolsó két bittel. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú, dinamikus programozást használó algoritmust, amely eldönti, hogy van-e ilyen szétválasztás. (zh1, 2024.)

7. (a) Adott $n + 1$ darab ($n \geq 1$) pozitív egész szám: s_1, s_2, \dots, s_n, b és azt szeretnénk eldönteni, hogy előáll-e a b szám néhány s_i szám összegeként. (Mindegyik s_i szám legfeljebb egyszer használható fel az összegben.) Adjunk dinamikus programozást használó $O(n \cdot b)$ lépésszámú algoritmust erre a feladatra.
 (b) Adjunk algoritmust arra az esetre is, ha meg akarjuk határozni, hányféleképpen áll elő b az elvárt alakban.
8. Egy $n \times m$ méretű T táblázat elemei egész számok. A $T[1, 1]$ elemről úgy akarunk eljutni a $T[n, m]$ elemhez, hogy minden lépésben vagy csak az első vagy csak a második indexet növeljük eggyel. Egy ilyen útvonal értéke legyen az érintett $T[i, j]$ számok közül a pozitívoknak a szorzata. Adjunk algoritmust, amely $O(nm)$ időben meghatározza, hogy mi a legnagyobb érték, ami egy, a feltételnek megfelelő útvonalon elérhető. (vizsga2, 2016. alapján)
9. Zárthelyit szervezünk, amin összesen H hallgató fog részt venni, és ehhez T darab terem áll rendelkezésünkre. Tudjuk, hogy az i -edik terembe h_i hallgató fér be, de lehet benne kevesebb is; $\sum h_i \geq H$. A terem geometriája, oszlopok, stb. miatt ha az i -edik terembe kerül zh -t író hallgató, akkor itt f_i fő zh -felügyelőre van szükségünk. (Tegyük fel, hogy f_i független a terembe ténylegesen kerülő hallgatók számától, feltéve, hogy ez legalább egy fő.) Adjunk dinamikus programozást használó algoritmust, amivel $O(T \cdot H)$ lépésben meghatározható, mely termet használjuk a T közül ahhoz, hogy elég legyen a hely a hallgatóknak, de az összesen szükséges teremfelügyelők száma minimális legyen. (vizsga1, 2017.)
10. Egy $n \times n$ méretű táblázat mezőin lépkedünk a bal felső sarokból a jobb alsó sarokba úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy lefelé vagy jobbra lépünk egyet. A táblázat néhány mezője veszélyes (ismerjük, hogy melyek ezek) és az a szabály, hogy az út során legfeljebb egy veszélyes mezőt érinthetünk. A táblázat minden cellájában egy egész szám áll és egy út értéke az úton található számok összege. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú dinamikus programozást használó eljárást, ami meghatározza, hogy mekkora a legnagyobb értékű, a fenti szabályokat betartó út értéke. (pzh1, 2023.)