1. A jobbra látható pszeudokód bemenete egy $n \geq 2$ egész szám, és egy lépésnek egy $*$ kiírása számít. Mutassuk meg, hogy a kód lépésszáma legfeljebb $c \cdot n^3$ valamely $c \in \mathbb{R}_+$ konstansra.

```
for i = 0 to n-1:
    for j = i+1 to n:
        print j darab *
```

2. Van egy számítógépes programunk, ami egy k-méretű bemeneten a jelenlegi gépünkön 1 nap alatt fut le. Beszereztünk egy százszor gyorsabb számítógépet. Ugyanaz a program mekkora bemeneten fut le az új gépen egy nap alatt, ha a program lépésszáma n-méretű bemenet esetén (a) n; (b) n^2?

---

3. A jobbra látható pszeudokód bemenete egy $n \geq 2$ darab különböző számot tartalmazó T tömb, és egy lépésnek az értékadásokat, az összehasonlításokat, és az eredmény visszaadását tekintjük. Mutassuk meg, hogy a kód lépésszáma legfeljebb $c \cdot n$ valamely $c \in \mathbb{R}_+$ konstansra. (Mit csinál az algoritmus?)

```
min := T[0]
for i = 1 to n-1:
    if T[i] < min:
        min := T[i]
return min
```

4. Mi a válaszunk a 2. feladatban, ha a program lépésszáma n-méretű bemenet esetén (a) $3n$; (b) 2^n?

5. Hat kártya van előttünk az asztalon, amikről tudjuk, hogy mindegyiknek az egyik oldalán egy betű, a másik oldalán egy szám van. A következőket látjuk: A, B, C, 1, 2, 3. Valaki azt állítja, hogy az is igaz, hogy minden mássalhangzó túloldalán páratlan szám szerepel. Hogyan tudjuk minél kevesebb kártya megfordításával ellenőrizni ezt az állítást? (zv, 2019. ősz)

6. Legyen $G = (V, E)$ egy egyszerű, irányítatlan gráf. A $\mathcal{T}$ tulajdonság jelentse azt, hogy bármely $a, b, c \in V$ esetén ha $\{a, b\} \in E$, akkor $\{b, c\} \notin E$ vagy $\{a, c\} \notin E$. Az alábbiak közül melyik írja le a $\mathcal{T}$ tulajdonságot?
   (i) A G gráfban nincs 3-pontú teljes részgráf.
   (ii) Bármely 3 csúcs mindegyike össze van kötve minden csúccsal.
   (iii) Bármely 3 csúcshoz van a gráfnak olyan csúcsa, amivel mindhárom össze van kötve.
   (iv) Van 3 csúcs, amelyek mindegyike minden más csúccsal össze van kötve.
   (v) Van 3 csúcs, hogy a gráf minden csúcsa a háromból legalább az egyikkel össze van kötve.
   (vi) Van 3 csúcs, hogy minden más csúcs a háromból legalább az egyikkel össze van kötve.
   (vii) A fentiek egyike sem helyes. (zv, 2014. ősz)

---

7. A jobbra látható pszeudokód bemenete egy $n \geq 2$ darab számot tartalmazó T tömb, és egy lépésnek az értékadásokat, az összehasonlításokat, a cseréket és az eredmény visszaadását tekintjük. Mutassuk meg, hogy a kód lépésszáma legfeljebb $c \cdot n$ valamely $c \in \mathbb{R}_+$ konstansra. (Mit csinál az algoritmus?)

```
i := 0;    j := n-1
while i < j:
    if T[i] == 2026:
        csere(T[i], T[j])
        j := j-1
    else:
        i := i+1
```

8. Legyen $G = (V, E)$ egy egyszerű, irányítatlan gráf. A $\mathcal{T}$ tulajdonság jelentse azt, hogy található G-ben olyan x_1, x_2, x_3 három különböző csúcs, melyekre teljesül, hogy G minden $v \in V$ csúcsához van olyan $i \in \{1, 2, 3\}$, melyre vagy $v = x_i$ vagy $\{v, x_i\} \in E$ igaz. A 6. feladatbeli válaszlehetőségek közül melyik írja le a $\mathcal{T}$ tulajdonságot? (zv, 2018. ősz)

9. Jelölje S a pozitív egész számoknak egy véges, nemüres részhalmazát. A $\mathcal{T}$ tulajdonság jelentse a következőt: van olyan $f\colon S \to S$ függvény, amire teljesül, hogy ha $x \neq y$, akkor $f(x) \neq f(y)$, valamint hogy ha x páros szám, akkor $f(x)$ páratlan szám. Döntsük el, hogy az alábbiak közül melyik írja le a $\mathcal{T}$ tulajdonságot.
   (i) Az S halmaz elemei páros számok.
   (ii) Az S halmaz elemei páratlan számok.
   (iii) Az S halmazban legfeljebb annyi páros szám van, mint páratlan.
   (iv) Az S halmazban pontosan annyi páros szám van, mint páratlan.
   (v) A fentiek egyike sem helyes. (zv, 2017. ősz)

10. A Kőnig-verseny előtt a jótündértől négy, látszatra egyforma tablettát kaptunk, amiről a következőt tudtuk meg. A négy tabletta közül kettő A típusú, kettő B típusú. Ha beveszünk két egyforma típusú tablettát, úgy bármi mást is csináltunk előzőleg, azonnal elalszunk, és fel sem ébredünk az elkövetkező hat órában. Ha csupán egy-egy A és B típusú tablettát veszünk be, akkor hirtelen szuperintelligenssé válunk, és bizonyosan megnyerjük a versenyt. Hogyan tudjuk azt garantálni, hogy az eredményhirdetésen a Kőnig-verseny győzteseként majszolhassuk együtt a pogácsát a karvezetéssel? (Kőnig-verseny, 2019.)