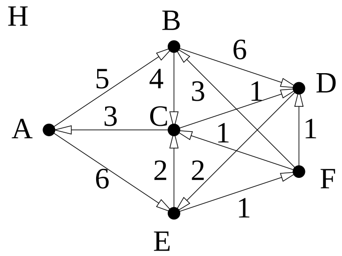
**Adatstruktúrák és algoritmusok**
**10. gyakorlat, 2016. április 29.**
**Minimális költségű feszítőfák, legrövidebb utak**

**1.** Adott a $G$ irányítatlan gráf a következő éllistával (zárójelben a költségek):

| | | |
|---|---|---|
| $a$: $b(2), c(3)$; | $b$: $a(2), d(2)$; | $c$: $a(3), d(1)$; |
| $d$: $b(2), c(1), e(2), f(4)$; | $e$: $d(2), f(1), g(2)$; | $f$: $d(4), e(1), g(2), h(1)$; |
| $g$: $e(2), f(2), h(3)$; | $h$: $f(1), g(3)$. | |

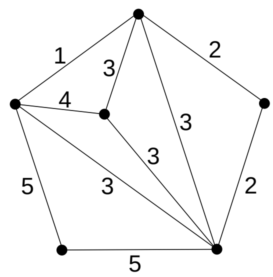
Keressünk $G$-ben a Kruskal és a Jarnik-Prim algoritmussal is minimális költségű feszítőfát.

**2.** Határozzuk meg az $A$ csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb utakat Dijkstra algoritmusa segítségével a jobbra látható $H$ gráfban.




---

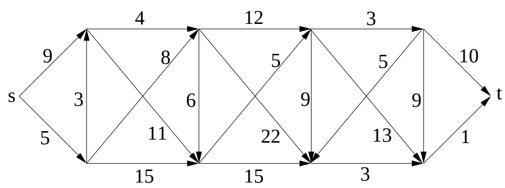
**3.** Határozzunk meg egy minimális összsúlyú feszítőfát az alább látható élsúlyozott gráfban a Jarnik-Prim algoritmus segítségével, a jobb alsó csúcsból indulva. Lépésenként adjuk meg, hogy az algoritmus mely éleket választja ki.



**4.** Oldjuk meg az előző feladatot a Kruskal algoritmus segítségével is.

**5.** Határozzuk meg a $B$ csúcsból az összes többi csúcsba vezető legrövidebb utakat Dijkstra algoritmusa segítségével a **2.** feladat $H$ gráfjában.

**6.** Határozzuk meg az $s$ csúcsból a $t$ csúcsba vezető legrövidebb utat Dijkstra algoritmusa segítségével a jobbra látható gráfban.




**7.** Egy élsúlyozott, összefüggő $G$ gráfban minden él súlya legföljebb 100. Tudjuk, hogy $G$-ben van olyan minimális összsúlyú feszítőfa, ami tartalmaz 100 súlyú élet. Mutassuk meg, hogy ekkor $G$ minden (nem feltétlen minimális összsúlyú) feszítőfája is tartalmaz 100 súlyú élet.

**8*.** Legyen $G$ összefüggő gráf és $w : E(G) \to \mathbb{R}$ súlyfüggvény $G$ élein. Mutassuk meg, hogy $G$ minden ($w$-re nézve) minimális összsúlyú feszítőfája megkapható, mint a Kruskal-algoritmus egyik lehetséges futásának az eredménye.