Algoritmuselmélet 7. előadás

Katona Gyula Y.
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Számítástudományi Tsz.
I. B. 137/b
kiskat@cs.bme.hu

2002 Március 11.

Múltkori animációk

Java animáció: Hash-elés

Java animáció: Huffman-fa

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

Nem betűnként kódól, hanem a szöveg bizonyos szavaiból *szótárat* épít. $\Longrightarrow S$

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

Nem betűnként kódól, hanem a szöveg bizonyos szavaiból *szótárat* épít. $\Longrightarrow S$

- az egybetűs szavak, azaz Σ elemei mind benne vannak S-ben;

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

Nem betűnként kódól, hanem a szöveg bizonyos szavaiból *szótárat* épít. $\Longrightarrow S$

- az egybetűs szavak, azaz Σ elemei mind benne vannak S-ben;
- ha egy szó benne van a szótárban, akkor annak minden kezdődarabja is benne van;

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

Nem betűnként kódól, hanem a szöveg bizonyos szavaiból *szótárat* épít. $\Longrightarrow S$

- az egybetűs szavak, azaz Σ elemei mind benne vannak S-ben;
- ha egy szó benne van a szótárban, akkor annak minden kezdődarabja is benne van;
- a szótárban tárolt szavaknak fix hosszúságú kódjuk van; az $x \in S$ szó kódját $c(x)$ jelöli.

A Lempel–Ziv–Welch-módszer

A. Lempel és J. Ziv, 1970; T. Welch 1984

Használja: GIF, v.42bis, compress; ZIP, ARJ, LHA

Nem betűnként kódól, hanem a szöveg bizonyos szavaiból *szótárat* épít. $\Longrightarrow S$

- az egybetűs szavak, azaz Σ elemei mind benne vannak S-ben;
- ha egy szó benne van a szótárban, akkor annak minden kezdődarabja is benne van;
- a szótárban tárolt szavaknak fix hosszúságú kódjuk van; az $x \in S$ szó kódját $c(x)$ jelöli.

Gyakorlatban a kódok hossza $\sim$12-15 bit.

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár
- nincs optimalizálás, de a gyakorlatban jól működik

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár
- nincs optimalizálás, de a gyakorlatban jól működik

A szótár egyik szokásos tárolási módja a szófa adatszerkezet.

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár
- nincs optimalizálás, de a gyakorlatban jól működik

A szótár egyik szokásos tárolási módja a szófa adatszerkezet.

Ha az olvasás során egy $x \in S$ szót találunk, aminek a következő Y betűvel való folytatása már nincs S-ben, akkor $c(x)$-et kiírjuk a kódolt szövegbe.

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár
- nincs optimalizálás, de a gyakorlatban jól működik

A szótár egyik szokásos tárolási módja a szófa adatszerkezet.

Ha az olvasás során egy $x \in S$ szót találunk, aminek a következő Y betűvel való folytatása már nincs S-ben, akkor $c(x)$-et kiírjuk a kódolt szövegbe. Az xY szót felvesszük az S szótárba. A szó $c(xY)$ kódja a legkisebb még eddig az S-ben nem szereplő kódérték lesz.

LZW kódolás

- az összenyomni kívánt szöveget S-beli szavak egymásutánjára bontjuk
- a szavakat a szótárbeli kódokkal helyettesítjük
- Az eredeti szöveg olvasásakor egyidőben épül, bővül az S szótár
- nincs optimalizálás, de a gyakorlatban jól működik

A szótár egyik szokásos tárolási módja a szófa adatszerkezet.

Ha az olvasás során egy $x \in S$ szót találunk, aminek a következő Y betűvel való folytatása már nincs S-ben, akkor $c(x)$-et kiírjuk a kódolt szövegbe.
Az xY szót felvesszük az S szótárba. A szó $c(xY)$ kódja a legkisebb még eddig az S-ben nem szereplő kódérték lesz.
Ezután az Y betűvel kezdődően folytatjuk a bemeneti szöveg olvasását.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.
(1) Ha az előző olvasási kísérlet sikertelen volt (vége a bemenetnek), akkor írjuk ki $c(z)$-t, és álljunk meg.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.
(1) Ha az előző olvasási kísérlet sikertelen volt (vége a bemenetnek), akkor írjuk ki $c(z)$-t, és álljunk meg.
(2) Ha a zK szó is S-ben van, akkor $z \leftarrow zK$, és menjünk vissza (0)-ra.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.
(1) Ha az előző olvasási kísérlet sikertelen volt (vége a bemenetnek), akkor írjuk ki $c(z)$-t, és álljunk meg.
(2) Ha a zK szó is S-ben van, akkor $z \leftarrow zK$, és menjünk vissza (0)-ra.
(3) Különben (azaz ha $zK \notin S$) írjuk ki $c(z)$-t, tegyük a zK szót S-be. Legyen $z \leftarrow K$, majd menjünk vissza (0)-ra.

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.
(1) Ha az előző olvasási kísérlet sikertelen volt (vége a bemenetnek), akkor írjuk ki $c(z)$-t, és álljunk meg.
(2) Ha a zK szó is S-ben van, akkor $z \leftarrow zK$, és menjünk vissza (0)-ra.
(3) Különben (azaz ha $zK \notin S$) írjuk ki $c(z)$-t, tegyük a zK szót S-be. Legyen $z \leftarrow K$, majd menjünk vissza (0)-ra.

A $c(x)$ kódok rögzített hosszúságúak. Ha például ez a hosszúság 12 bit, akkor az S szótárba összesen 4096 szó kerülhet. $\Longrightarrow$

Legyen z egy szó típusú változó, K egy betű típusú változó. A z változó értéke kezdetben az összenyomni szánt állomány első betűje. Végig teljesül, hogy $z \in S$.

(0) Olvassuk a bemenő állomány következő betűjét K-ba.
(1) Ha az előző olvasási kísérlet sikertelen volt (vége a bemenetnek), akkor írjuk ki $c(z)$-t, és álljunk meg.
(2) Ha a zK szó is S-ben van, akkor $z \leftarrow zK$, és menjünk vissza (0)-ra.
(3) Különben (azaz ha $zK \notin S$) írjuk ki $c(z)$-t, tegyük a zK szót S-be. Legyen $z \leftarrow K$, majd menjünk vissza (0)-ra.

A $c(x)$ kódok rögzített hosszúságúak. Ha például ez a hosszúság 12 bit, akkor az S szótárba összesen 4096 szó kerülhet. $\Longrightarrow$
Ha a szótár betelt, nem bővítünk tovább, úgy folytatjuk.

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

Szótár

$a \rightarrow 1$
$b \rightarrow 2$
$c \rightarrow 3$

$ababcbababaaaaaaa$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

Szótár

$a \rightarrow 1$
$b \rightarrow 2$
$c \rightarrow 3$
$ab \rightarrow 4$

$abababcbababaaaaaaaa \Rightarrow$
1

0000

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

Szótár

$a \rightarrow 1$
$b \rightarrow 2$
$c \rightarrow 3$
$ab \rightarrow 4$
$ba \rightarrow 5$

$ababcbababaaaaaaa$
$1\ 2$

$\Rightarrow$

$0000\ 0001$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

Szótár

$a \rightarrow 1$
$b \rightarrow 2$
$c \rightarrow 3$
$ab \rightarrow 4$
$ba \rightarrow 5$
$\Rightarrow \quad abc \rightarrow 6$

$ababcbababaaaaaaaa$
$1\ 2\ 4$

$0000\ 0001\ 0011$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaaa$
$1\ 2\ 4\ 3$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010$

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
\Rightarrow\ cb &\rightarrow 7
\end{aligned}
$$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaaa$
$1\ 2\ 4\ 3\ 5$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
cb &\rightarrow 7\\
\Rightarrow\ bab &\rightarrow 8
\end{aligned}
$$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaaa$
$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$
1000

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
cb &\rightarrow 7\\
bab &\rightarrow 8\\
\Rightarrow\ baba &\rightarrow 9
\end{aligned}
$$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaa$

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$

$1000\ 0000$

Szótár

$a \rightarrow 1$

$b \rightarrow 2$

$c \rightarrow 3$

$ab \rightarrow 4$

$ba \rightarrow 5$

$abc \rightarrow 6$

$cb \rightarrow 7$

$bab \rightarrow 8$

$baba \rightarrow 9$

$\Rightarrow \quad aa \rightarrow 10$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaa$
$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$
$1000\ 0000\ 1001$

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
cb &\rightarrow 7\\
bab &\rightarrow 8\\
baba &\rightarrow 9\\
aa &\rightarrow 10\\
\Rightarrow\quad aaa &\rightarrow 11
\end{aligned}
$$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaaa$
$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$
$1000\ 0000\ 1001\ 1010$

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
cb &\rightarrow 7\\
bab &\rightarrow 8\\
baba &\rightarrow 9\\
aa &\rightarrow 10\\
aaa &\rightarrow 11\\
\Rightarrow\ aaaa &\rightarrow 12
\end{aligned}
$$

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaa$

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$

$1000\ 0000\ 1001\ 1010\ 0000$

Szótár

$a \rightarrow$	1
$b \rightarrow$	2
$c \rightarrow$	3
$ab \rightarrow$	4
$ba \rightarrow$	5
$abc \rightarrow$	6
$cb \rightarrow$	7
$bab \rightarrow$	8
$baba \rightarrow$	9
$aa \rightarrow$	10
$aaa \rightarrow$	11
$aaaa \rightarrow$	12

Példa LZW-re

Legyen $\Sigma = \{a, b, c\}$ és $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$.

$abababcbababaaaaaaaa$

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$

$0000\ 0001\ 0011\ 0010\ 0100$
$1000\ 0000\ 1001\ 1010\ 0000$

Szótár

$$
\begin{aligned}
a &\rightarrow 1\\
b &\rightarrow 2\\
c &\rightarrow 3\\
ab &\rightarrow 4\\
ba &\rightarrow 5\\
abc &\rightarrow 6\\
cb &\rightarrow 7\\
bab &\rightarrow 8\\
baba &\rightarrow 9\\
aa &\rightarrow 10\\
aaa &\rightarrow 11\\
aaaa &\rightarrow 12
\end{aligned}
$$

Dekódolás

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3 \implies$

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$
$abababcba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$\mathbf{1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1}$
$abababcba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

$\Longrightarrow$

a 8-as kódú szó $ba*$ alakú,

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$
$abababcba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

a 8-as kódú szó $ba*$ alakú,
$\Longrightarrow$ következő betű biztos b

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$
$ababcba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

$\Longrightarrow$ a 8-as kódú szó $ba*$ alakú, következő betű biztos b
$c(bab) = 8$

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$
$ababcbaba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

$\Longrightarrow$ a 8-as kódú szó $ba*$ alakú, következő betű biztos b
$c(bab) = 8$
$ababcbabab$

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$
$ababcbaba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

$\Longrightarrow$ a 8-as kódú szó $ba*$ alakú, következő betű biztos b
$c(bab) = 8$
$ababcbabab$

Java animáció: LZW-kódolás

Dekódolás

Elvégezhető pusztán az egybetűs szavak kódjainak, valamint a kódok képzési szabályának ismeretében, nem kell tárolni S-et.

Pl. Ha a kódolt szöveg: $1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$ és tudjuk, hogy $c(a) = 1$, $c(b) = 2$, $c(c) = 3$ $\Longrightarrow$
Ez első két jel betű kódja $\Longrightarrow$ ab $\surd$
ab nem volt a kezdeti S-ben, de az eleje igen; $\Longrightarrow$ a kódoló algoritmus ezt $c(ab) = 4$ értékkel S-be tette $\Longrightarrow$ $abab$ $\Longrightarrow$
ba volt a következő szó, ami S-be került $\Longrightarrow$ $c(ba) = 5$ . . . Ha itt tartunk

$1\ 2\ 4\ 3\ 5\ 8\ 1\ 10\ 11\ 1$
$ababcbaba$

$a \rightarrow$ 1
$b \rightarrow$ 2
$c \rightarrow$ 3
$ab \rightarrow$ 4
$ba \rightarrow$ 5
$abc \rightarrow$ 6
$cb \rightarrow$ 7

$\Longrightarrow$ a 8-as kódú szó $ba*$ alakú, következő betű biztos b
$c(bab) = 8$
$ababcbabab$

Java animáció: LZW-kódolás
Laczay Bálint féle GIF animáció

Gráfalgoritmusok

- irányított gráfok: $G = (V, E)$

Gráfalgoritmusok

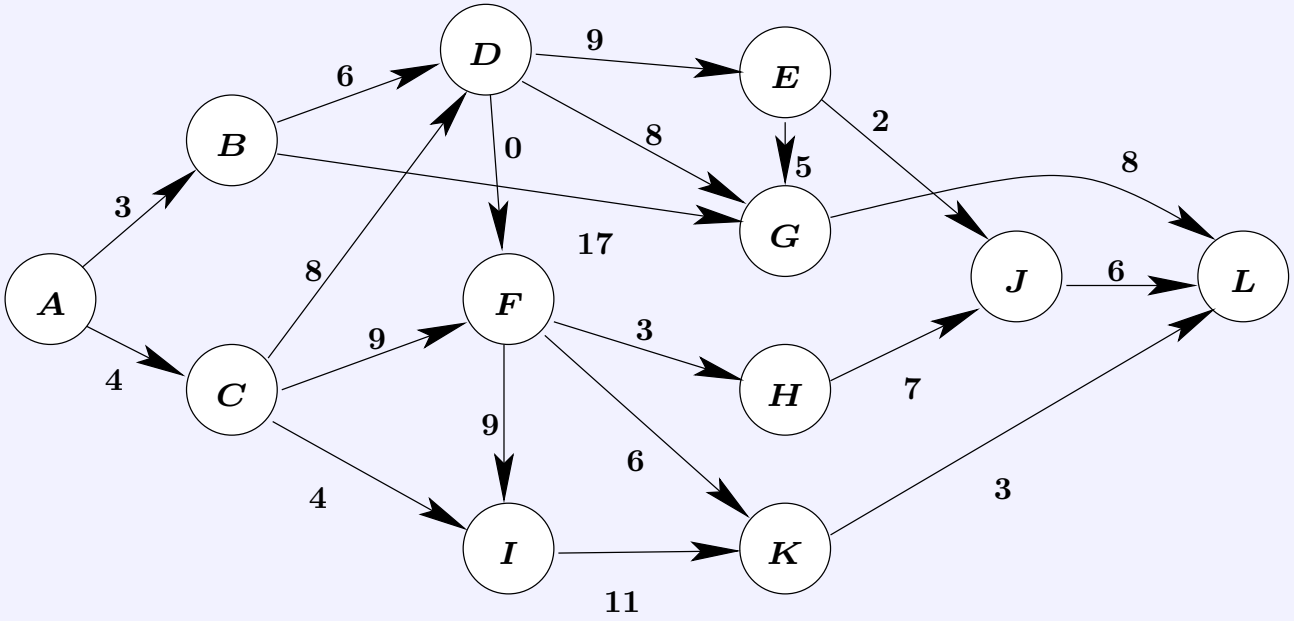
- irányított gráfok: $G = (V, E)$
- irányított él, irányított út, irányított kör

Gráfalgoritmusok

- irányított gráfok: $G = (V, E)$
- irányított él, irányított út, irányított kör
- élsúlyok: $c(e)$ — lehetnek negatívak is

Gráfalgoritmusok

- irányított gráfok: $G = (V, E)$
- irányított él, irányított út, irányított kör
- élsúlyok: $c(e)$ — lehetnek negatívak is



Adjacencia-mátrix

Definíció. *A $G = (V, E)$ gráf adjacencia-mátrixa (vagy szomszédossági mátrixa) a következő – a V elemeivel indexelt – n-szer n-es mátrix:*

$$A[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } (i, j) \notin E, \\ 1 & \text{ha } (i, j) \in E. \end{cases}$$

Adjacencia-mátrix

Definíció. *A $G = (V, E)$ gráf adjacencia-mátrixa (vagy szomszédossági mátrixa) a következő – a V elemeivel indexelt – n-szer n-es mátrix:*

$$A[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } (i,j) \notin E, \\ 1 & \text{ha } (i,j) \in E. \end{cases}$$

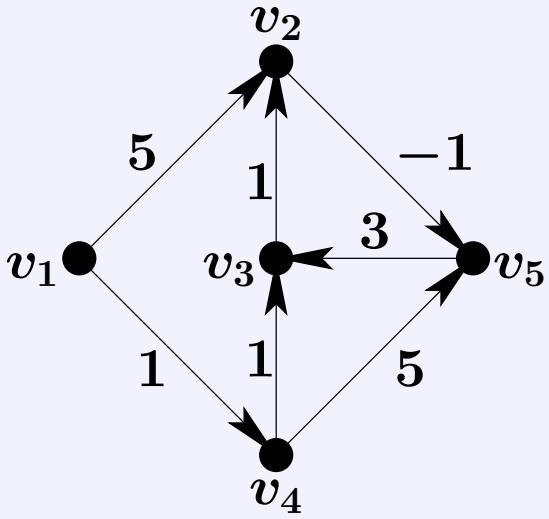
Irányítatlan gráfok esetén a szomszédossági mátrix szimmetrikus lesz (azaz $A[i,j] = A[j,i]$ teljesül minden i, j csúcspárra).

Adjacencia-mátrix

Definíció. *A $G = (V, E)$ gráf adjacencia-mátrixa (vagy szomszédossági mátrixa) a következő – a V elemeivel indexelt – n-szer n-es mátrix:*

$$A[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } (i,j) \notin E, \\ 1 & \text{ha } (i,j) \in E. \end{cases}$$

Irányítatlan gráfok esetén a szomszédossági mátrix szimmetrikus lesz (azaz $A[i,j] = A[j,i]$ teljesül minden i, j csúcspárra).



$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Súlyozott adjacencia-mátrix

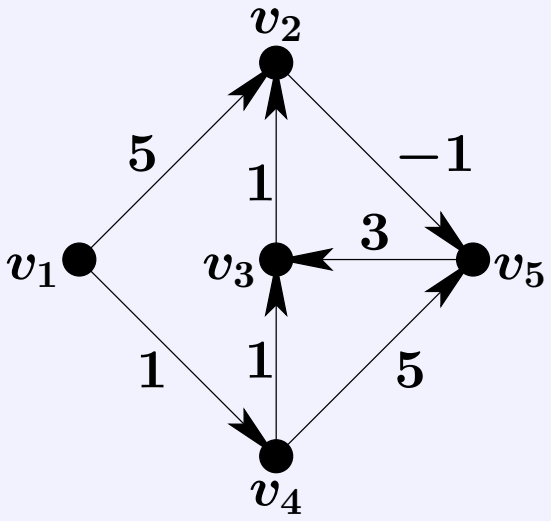
Ha költségek is vannak $\Longrightarrow$

$$C[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } i = j, \\ c(i,j) & \text{ha } i \neq j \text{ és } (i,j) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ * & \text{különben.} \end{cases}$$

Súlyozott adjacencia-mátrix

Ha költségek is vannak $\Longrightarrow$

$$C[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } i = j, \\ c(i,j) & \text{ha } i \neq j \text{ és } (i,j) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ * & \text{különben.} \end{cases}$$

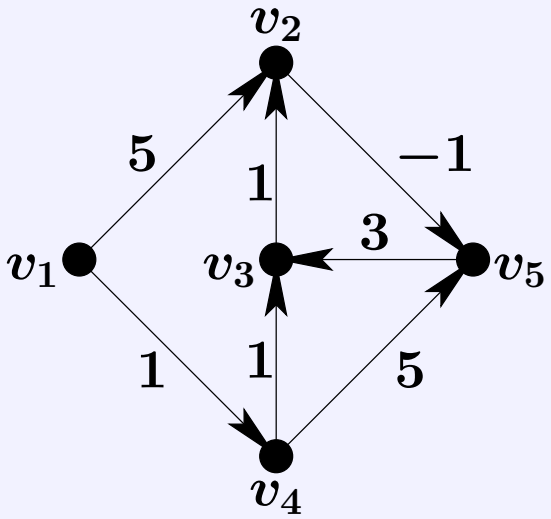


$$C = \begin{pmatrix} 0 & 5 & * & 1 & * \\ * & 0 & * & * & -1 \\ * & 1 & 0 & * & * \\ * & * & 1 & 0 & 5 \\ * & * & 3 & * & 0 \end{pmatrix}$$

Súlyozott adjacencia-mátrix

Ha költségek is vannak $\Longrightarrow$

$$C[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } i = j, \\ c(i,j) & \text{ha } i \neq j \text{ és } (i,j) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ * & \text{különben.} \end{cases}$$



$$C = \begin{pmatrix} 0 & 5 & * & 1 & * \\ * & 0 & * & * & -1 \\ * & 1 & 0 & * & * \\ * & * & 1 & 0 & 5 \\ * & * & 3 & * & 0 \end{pmatrix}$$

Hátránya $\Longrightarrow$ a mérete (n^2 tömbelem) teljesen független az élek számától.

Éllistás megadás

$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.

Éllistás megadás

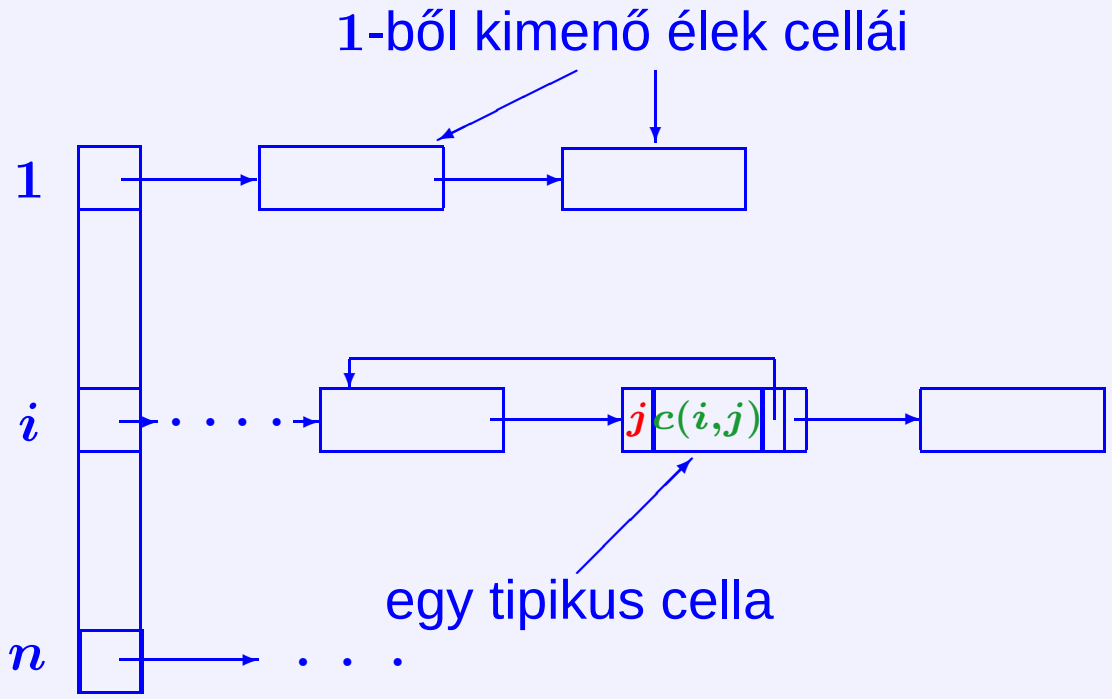
$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.
Az $i \in V$ csúcs listájában tároljuk az i-ből kimenő éleket, és ha kell, ezek súlyát is.

Éllistás megadás

$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.
Az $i \in V$ csúcs listájában tároljuk az i-ből kimenő éleket, és ha kell, ezek súlyát is.
Az i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.

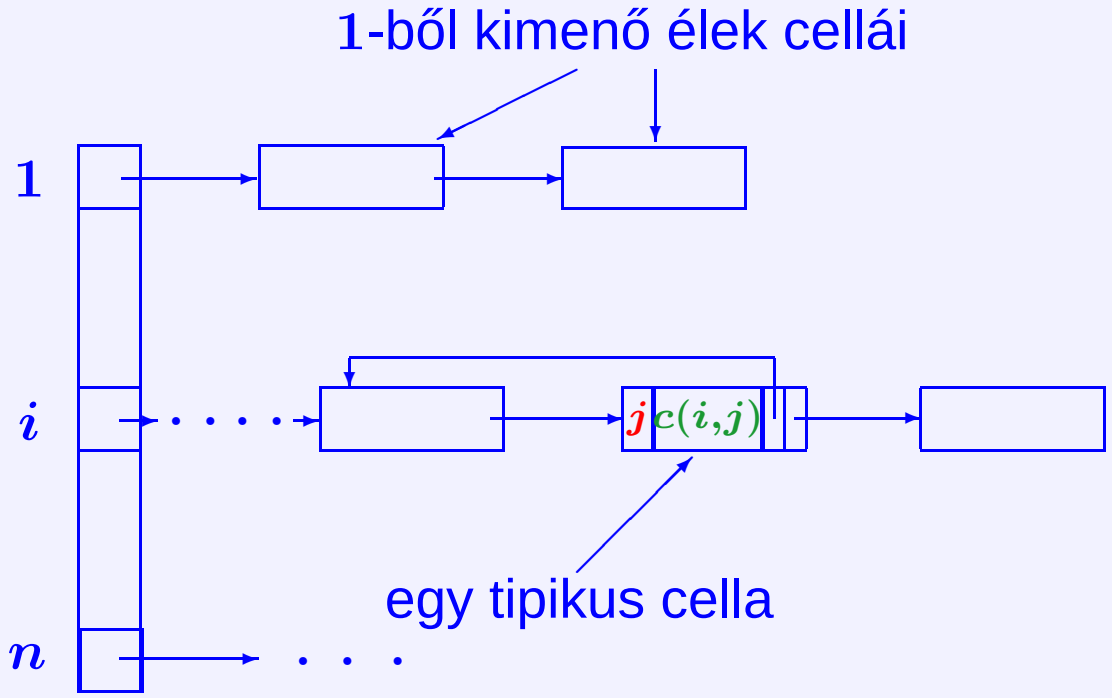
Éllistás megadás

$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.
Az $i \in V$ csúcs listájában tároljuk az i-ből kimenő éleket, és ha kell, ezek súlyát is.
Az i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.



Éllistás megadás

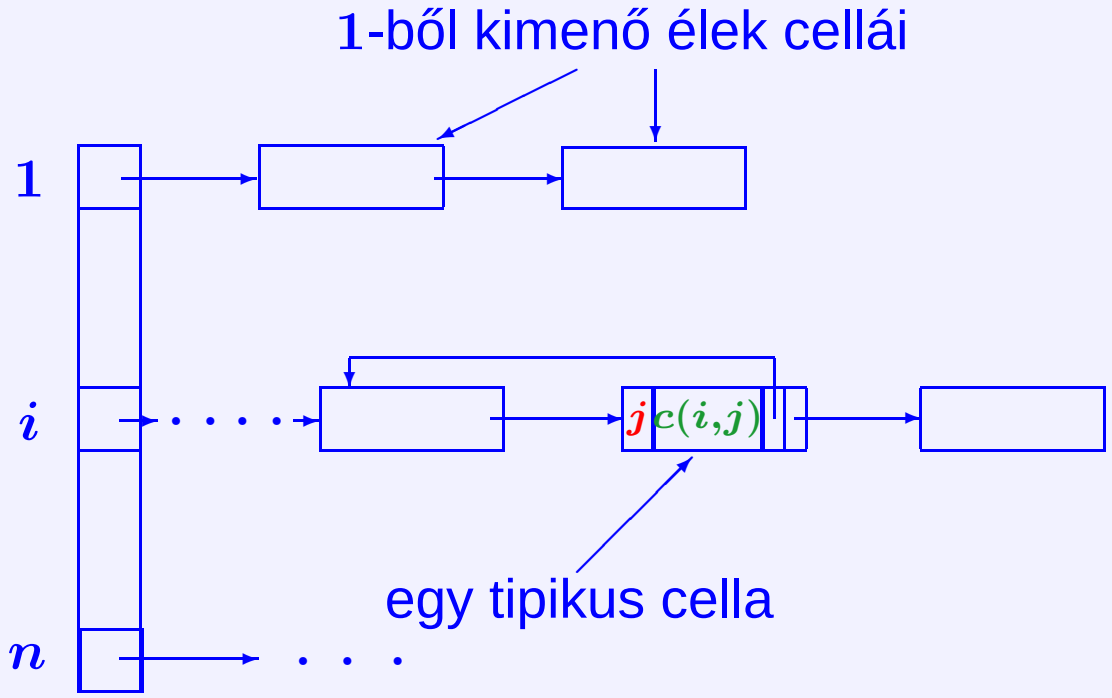
$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.
Az $i \in V$ csúcs listájában tároljuk az i-ből kimenő éleket, és ha kell, ezek súlyát is.
Az i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.



Az (i, j) élnek megfelelő cella tartalmazza a j sorszámot, a $c(i, j)$ súlyt (ha van), egy mutatót a következő cellára, és esetleg még egyet az előzőre is.

Éllistás megadás

$G = (V, E)$ gráf minden csúcsához egy lista tartozik.
Az $i \in V$ csúcs listájában tároljuk az i-ből kimenő éleket, és ha kell, ezek súlyát is.
Az i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.



Az (i, j) élnek megfelelő cella tartalmazza a j sorszámot, a $c(i, j)$ súlyt (ha van), egy mutatót a következő cellára, és esetleg még egyet az előzőre is.
Tárigény: $n + e$ cella,
Irányítatlan gráfoknál:
$n + 2e$ cella

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.
Legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út $\Longrightarrow$ egy olyan $u \rightsquigarrow v$ út, melynek a hossza minimális a G-beli $u \rightsquigarrow v$ utak között.

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.
Legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út $\Longrightarrow$ egy olyan $u \rightsquigarrow v$ út, melynek a hossza minimális a G-beli $u \rightsquigarrow v$ utak között.
u és v csúcsok (G-beli) $d(u, v)$ *távolsága*:
— 0, ha $u = v$;

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.
Legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út $\Longrightarrow$ egy olyan $u \rightsquigarrow v$ út, melynek a hossza minimális a G-beli $u \rightsquigarrow v$ utak között.
u és v csúcsok (G-beli) $d(u, v)$ *távolsága*:
— 0, ha $u = v$;
— ∞, ha nincs $u \rightsquigarrow v$ út

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.
Legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út $\Longrightarrow$ egy olyan $u \rightsquigarrow v$ út, melynek a hossza minimális a G-beli $u \rightsquigarrow v$ utak között.
u és v csúcsok (G-beli) $d(u, v)$ *távolsága*:
— 0, ha $u = v$;
— ∞, ha nincs $u \rightsquigarrow v$ út
— egyébként pedig a legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út hossza.

A legrövidebb utak problémája

Legyen adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf a $c(f)$, $f \in E$ élsúlyokkal.

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból egy másik adott pontba?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út egy adott pontból az összes többibe?*

Feladat. *Mekkora a legrövidebb út bármely két pont között?*

A G gráf egy u-t v-vel összekötő (nem feltétlenül egyszerű) $u \rightsquigarrow v$ irányított útjának a *hossza* az úton szereplő élek súlyainak összege.
Legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út $\Longrightarrow$ egy olyan $u \rightsquigarrow v$ út, melynek a hossza minimális a G-beli $u \rightsquigarrow v$ utak között.
u és v csúcsok (G-beli) $d(u, v)$ *távolsága*:
— 0, ha $u = v$;
— ∞, ha nincs $u \rightsquigarrow v$ út
— egyébként pedig a legrövidebb $u \rightsquigarrow v$ út hossza.
Vigyázat, itt u és v nem felcserélhető: ha az egyik csúcs valamilyen távol van a másiktól, akkor nem biztos, hogy a másik is ugyanolyan távol van az egyiktől!

Dijkstra módszere

Feladat. *A legrövidebb utak problémája (egy forrásból):*
Adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf, a $c : E \to \mathbb{R}^+$ nemnegatív értékű súlyfüggvény, és egy $s \in V$ csúcs (a forrás). Határozzuk meg minden $v \in V$-re a $d(s, v)$ távolságot.

$D[\,] \implies$

- Egy a G csúcsaival indexelt tömb

Dijkstra módszere

Feladat. *A legrövidebb utak problémája (egy forrásból):*
Adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf, a $c : E \to \mathbb{R}^+$ nemnegatív értékű súlyfüggvény, és egy $s \in V$ csúcs (a forrás). Határozzuk meg minden $v \in V$-re a $d(s, v)$ távolságot.

$D[\,] \implies$

- Egy a G csúcsaival indexelt tömb
- az eljárás során addig megismert legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza

Dijkstra módszere

Feladat. *A legrövidebb utak problémája (egy forrásból):*
Adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf, a $c : E \to \mathbb{R}^+$ nemnegatív értékű súlyfüggvény, és egy $s \in V$ csúcs (a forrás). Határozzuk meg minden $v \in V$-re a $d(s, v)$ távolságot.

$D[\,] \implies$

- Egy a G csúcsaival indexelt tömb
- az eljárás során addig megismert legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza
- Felső közelítése a keresett $d(s, v)$ távolságnak

Dijkstra módszere

Feladat. *A legrövidebb utak problémája (egy forrásból):*
Adott egy $G = (V, E)$ irányított gráf, a $c : E \to \mathbb{R}^+$ nemnegatív értékű súlyfüggvény, és egy $s \in V$ csúcs (a forrás). Határozzuk meg minden $v \in V$-re a $d(s, v)$ távolságot.

$D[\,] \implies$

- Egy a G csúcsaival indexelt tömb
- az eljárás során addig megismert legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza
- Felső közelítése a keresett $d(s, v)$ távolságnak
- A közelítést lépésről lépésre finomítjuk, végül $d(s, v)$-t érjük el.

Tegyük fel, hogy a G gráf az alábbi alakú C adjacencia-mátrixával adott:

$$C[v,w] = \begin{cases} 0 & \text{ha } v = w, \\ c(v,w) & \text{ha } v \neq w \text{ és } (v,w) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ \infty & \text{különben.} \end{cases}$$

Kezdetben $D[v] := C[s,v]$ minden $v \in V$ csúcsra.

Tegyük fel, hogy a G gráf az alábbi alakú C adjacencia-mátrixával adott:

$$C[v,w] = \begin{cases} 0 & \text{ha } v = w, \\ c(v,w) & \text{ha } v \neq w \text{ és } (v,w) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ \infty & \text{különben.} \end{cases}$$

Kezdetben $D[v] := C[s,v]$ minden $v \in V$ csúcsra.
Válasszuk ki ezután az s csúcs szomszédai közül a hozzá legközelebbit, vagyis egy olyan $x \in V \setminus \{s\}$ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális

Tegyük fel, hogy a G gráf az alábbi alakú C adjacencia-mátrixával adott:

$$C[v,w] = \begin{cases} 0 & \text{ha } v = w, \\ c(v,w) & \text{ha } v \neq w \text{ és } (v,w) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ \infty & \text{különben.} \end{cases}$$

Kezdetben $D[v] := C[s,v]$ minden $v \in V$ csúcsra.
Válasszuk ki ezután az s csúcs szomszédai közül a hozzá legközelebbit, vagyis egy olyan $x \in V \setminus \{s\}$ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális
Biztos, hogy az egyetlen (s,x) élből álló út egy legrövidebb $s \rightsquigarrow x$ út, (az élsúlyok nemnegatívak!).

Tegyük fel, hogy a G gráf az alábbi alakú C adjacencia-mátrixával adott:

$$C[v,w] = \begin{cases} 0 & \text{ha } v = w, \\ c(v,w) & \text{ha } v \neq w \text{ és } (v,w) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ \infty & \text{különben.} \end{cases}$$

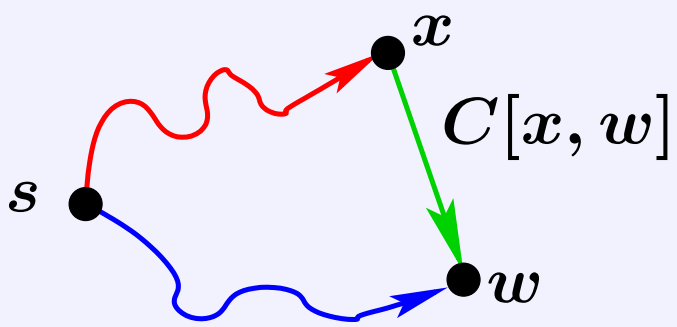
Kezdetben $D[v] := C[s,v]$ minden $v \in V$ csúcsra.
Válasszuk ki ezután az s csúcs szomszédai közül a hozzá legközelebbit, vagyis egy olyan $x \in V \setminus \{s\}$ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális
Biztos, hogy az egyetlen (s,x) élből álló út egy legrövidebb $s \rightsquigarrow x$ út, (az élsúlyok nemnegatívak!).
A KÉSZ halmaz azokat a csúcsokat tartalmazza, amelyeknek s-től való távolságát már tudjuk.

Tegyük fel, hogy a G gráf az alábbi alakú C adjacencia-mátrixával adott:

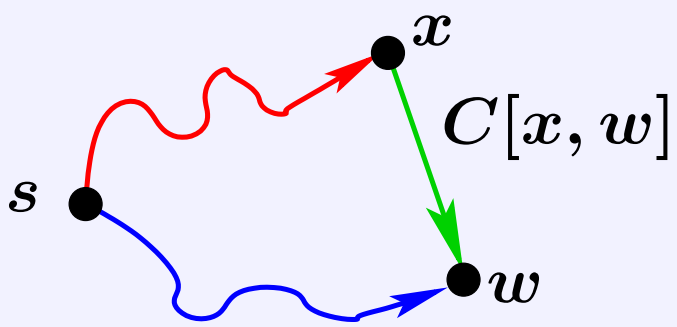
$$C[v,w] = \begin{cases} 0 & \text{ha } v = w, \\ c(v,w) & \text{ha } v \neq w \text{ és } (v,w) \text{ éle } G\text{-nek}, \\ \infty & \text{különben.} \end{cases}$$

Kezdetben $D[v] := C[s,v]$ minden $v \in V$ csúcsra.
Válasszuk ki ezután az s csúcs szomszédai közül a hozzá legközelebbit, vagyis egy olyan $x \in V \setminus \{s\}$ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális
Biztos, hogy az egyetlen (s,x) élből álló út egy legrövidebb $s \rightsquigarrow x$ út, (az élsúlyok nemnegatívak!).
A KÉSZ halmaz azokat a csúcsokat tartalmazza, amelyeknek s-től való távolságát már tudjuk.
$\Longrightarrow$ x-et betehetjük (s mellé) a KÉSZ halmazba.

Ezek után módosítsuk a többi csúcs $D[w]$ értékét, ha az eddig ismertnél rövidebb úton el lehet érni oda x-en keresztül, azaz ha $D[x] + C[x, w] < D[w]$.

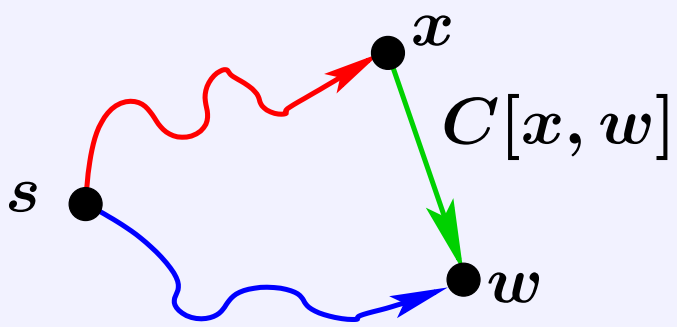


Ezek után módosítsuk a többi csúcs $D[w]$ értékét, ha az eddig ismertnél rövidebb úton el lehet érni oda x-en keresztül, azaz ha $D[x] + C[x, w] < D[w]$.



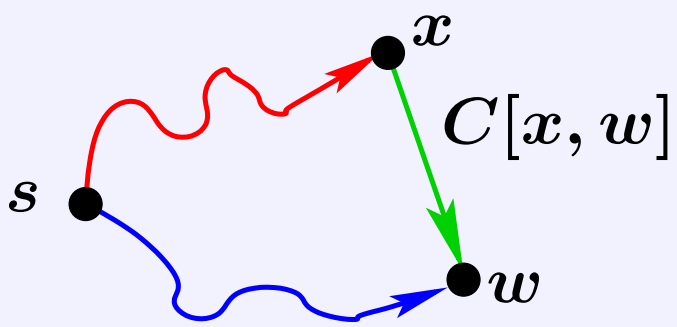
Újra válasszunk ki a $v \in V \setminus$ KÉSZ csúcsok közül egy olyat, amelyre $D[v]$ minimális.

Ezek után módosítsuk a többi csúcs $D[w]$ értékét, ha az eddig ismertnél rövidebb úton el lehet érni oda x-en keresztül, azaz ha $D[x] + C[x, w] < D[w]$.



Újra válasszunk ki a $v \in V \setminus$ KÉSZ csúcsok közül egy olyat, amelyre $D[v]$ minimális.
Ezen csúcs $D[\,]$-értéke már az s-től való távolságát tartalmazza.

Ezek után módosítsuk a többi csúcs $D[w]$ értékét, ha az eddig ismertnél rövidebb úton el lehet érni oda x-en keresztül, azaz ha $D[x] + C[x, w] < D[w]$.



Újra válasszunk ki a $v \in V \setminus$ KÉSZ csúcsok közül egy olyat, amelyre $D[v]$ minimális.
Ezen csúcs $D[\,]$-értéke már az s-től való távolságát tartalmazza.
Majd megint a $D[\,]$-értékeket módosítjuk, és így tovább, míg minden csúcs be nem kerül a KÉSZ halmazba.

Dijkstra algoritmusa adjacencia-mátrixszal

(1) KÉSZ $:= \{s\}$
for minden $v \in V$ csúcsra **do**
$D[v] := C[s, v]$ ($*$ a $d(s, v)$ távolság első közelítése $*$)

Dijkstra algoritmusa adjacencia-mátrixszal

(1) KÉSZ $:= \{s\}$
  for minden $v \in V$ csúcsra **do**
    $D[v] := C[s, v]$ ($*$ a $d(s, v)$ távolság első közelítése $*$)
(2) **for** $i := 1$ **to** $n - 1$ **do begin**
    Válasszunk olyan $x \in V \setminus$ KÉSZ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális.
    Tegyük x-et a KÉSZ-be.

Dijkstra algoritmusa adjacencia-mátrixszal

(1) KÉSZ $:= \{s\}$
  for minden $v \in V$ csúcsra **do**
    $D[v] := C[s, v]$ ($*$ a $d(s, v)$ távolság első közelítése $*$)
(2) **for** $i := 1$ **to** $n - 1$ **do begin**
    Válasszunk olyan $x \in V \setminus$ KÉSZ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális.
    Tegyük x-et a KÉSZ-be.
(3) **for** minden $w \in V \setminus$ KÉSZ csúcsra **do**
      $D[w] := \min\{D[w], D[x] + C[x, w]\}$ ($*$ $d(s, w)$ új közelítése $*$)
  end

Dijkstra algoritmusa adjacencia-mátrixszal

(1) KÉSZ $:= \{s\}$
  for minden $v \in V$ csúcsra **do**
    $D[v] := C[s, v]$ ($*$ a $d(s, v)$ távolság első közelítése $*$)
(2) **for** $i := 1$ **to** $n - 1$ **do begin**
    Válasszunk olyan $x \in V \setminus$ KÉSZ csúcsot, melyre $D[x]$ minimális.
    Tegyük x-et a KÉSZ-be.
(3) **for** minden $w \in V \setminus$ KÉSZ csúcsra **do**
      $D[w] := \min\{D[w], D[x] + C[x, w]\}$ ($*$ $d(s, w)$ új közelítése $*$)
  end

Definíció. *különleges út: egy $s \rightsquigarrow z$ irányított út különleges, ha a z végpontot kivéve minden pontja a KÉSZ halmazban van. A különleges úttal elérhető pontok éppen a KÉSZ-ből egyetlen éllel elérhető pontok.*

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ *a legrövidebb* $s \rightsquigarrow v$ *utak hossza.*

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

(c) Külső (vagyis $w \in V \setminus$ KÉSZ) pontokra $D[w]$ a legrövidebb különleges $s \rightsquigarrow w$ utak hossza.

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

(c) Külső (vagyis $w \in V \setminus$ KÉSZ) pontokra $D[w]$ a legrövidebb különleges $s \rightsquigarrow w$ utak hossza.

Bizonyítás: (a) Indukcióval

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

(c) Külső (vagyis $w \in V \setminus$ KÉSZ) pontokra $D[w]$ a legrövidebb különleges $s \rightsquigarrow w$ utak hossza.

Bizonyítás: (a) Indukcióval
(2) előtt $\surd$

Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

(c) Külső (vagyis $w \in V \setminus$ KÉSZ) pontokra $D[w]$ a legrövidebb különleges $s \rightsquigarrow w$ utak hossza.

Bizonyítás: (a) Indukcióval
(2) előtt $\surd$
Tegyük fel, hogy igaz a j-edik iteráció után.
Belátjuk, hogy igaz a $j + 1$-edik iteráció után is.

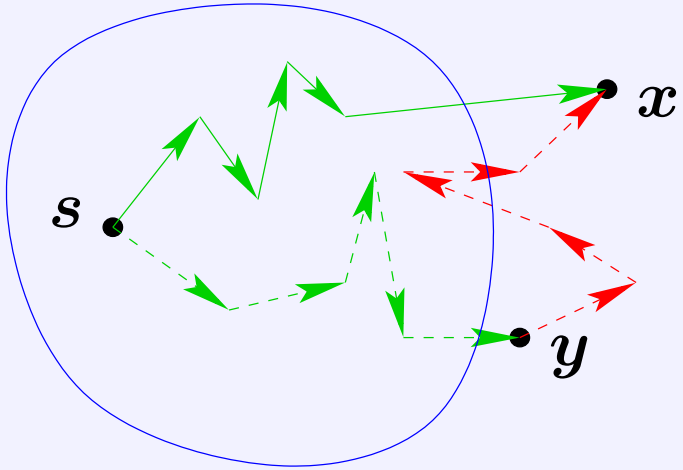
Tétel. *A (2) ciklus minden iterációs lépése után érvényesek a következők:*

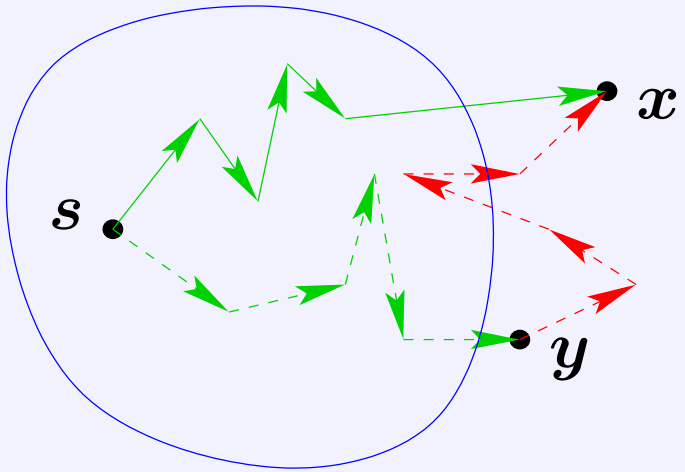
(a) KÉSZ pontjaira $D[v]$ a legrövidebb $s \rightsquigarrow v$ utak hossza.

(b) Ha $v \in$ KÉSZ, akkor van olyan $d(s, v)$ hosszúságú (más szóval legrövidebb) $s \rightsquigarrow v$ út is, amelynek minden pontja a KÉSZ halmazban van.

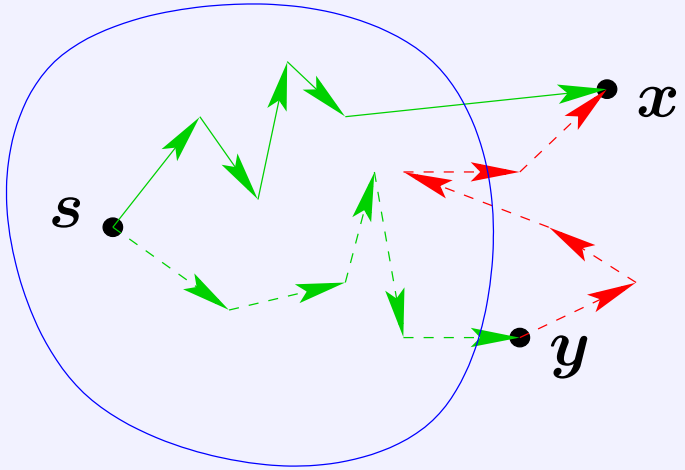
(c) Külső (vagyis $w \in V \setminus$ KÉSZ) pontokra $D[w]$ a legrövidebb különleges $s \rightsquigarrow w$ utak hossza.

Bizonyítás: (a) Indukcióval
(2) előtt $\surd$
Tegyük fel, hogy igaz a j-edik iteráció után.
Belátjuk, hogy igaz a $j + 1$-edik iteráció után is.
Tegyük fel, hogy az algoritmus a $j + 1$. iterációs lépésben az x csúcsot választja a KÉSZ-be.


x
s
y



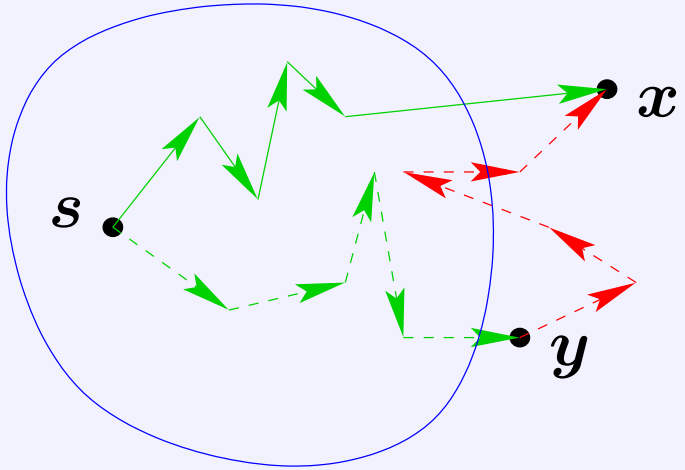
Indirekt: mi van, ha $D[x]$ nem a $d(s, x)$ távolságot jelöli, azaz van ennél rövidebb $s \rightsquigarrow x$ út?



Indirekt: mi van, ha $D[x]$ nem a $d(s,x)$ távolságot jelöli, azaz van ennél rövidebb $s \rightsquigarrow x$ út?

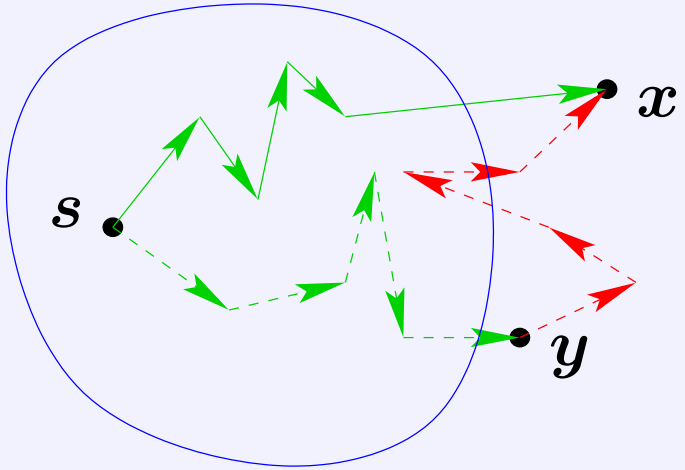
Ezen út „eleje" különleges $\Longrightarrow$

$D[y] \leq d(x,s) < D[x]$ ↯



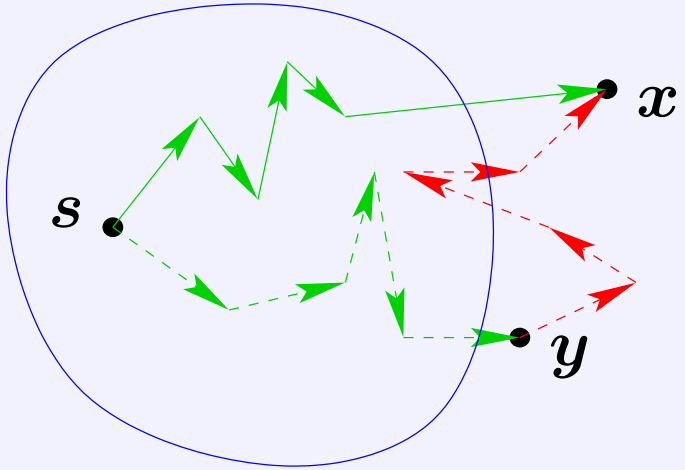
Indirekt: mi van, ha $D[x]$ nem a $d(s,x)$ távolságot jelöli, azaz van ennél rövidebb $s \rightsquigarrow x$ út?
Ezen út „eleje" különleges $\Longrightarrow$
$D[y] \leq d(x,s) < D[x]$ ↯

(b) Elég x-re $\Longleftarrow$ KÉSZ korábbi pontjaira az indukciós feltevésből



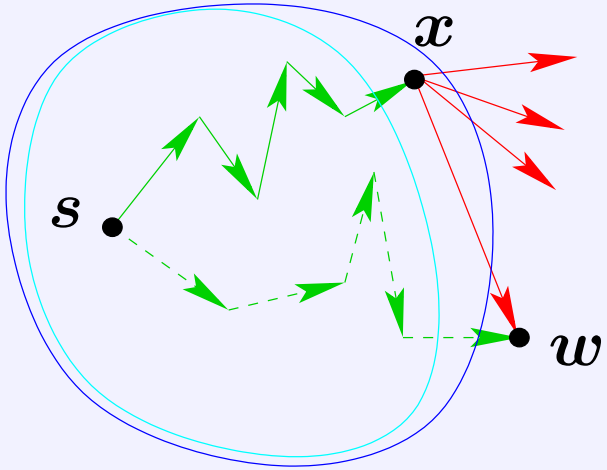
Indirekt: mi van, ha $D[x]$ nem a $d(s,x)$ távolságot jelöli, azaz van ennél rövidebb $s \rightsquigarrow x$ út?
Ezen út „eleje" különleges $\Longrightarrow$
$D[y] \leq d(x,s) < D[x]$ ↯

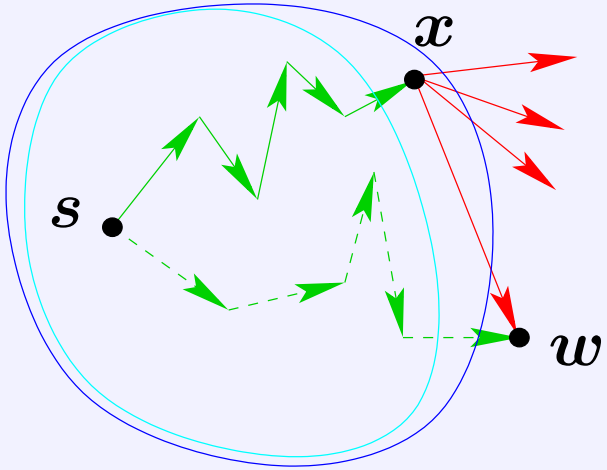
(b) Elég x-re $\Longleftarrow$ KÉSZ korábbi pontjaira az indukciós feltevésből
Láttuk, hogy $d(s,x) = D[x]$, ez egy különleges $s \rightsquigarrow x$ út hossza volt a $j+1$. iteráció előtt (itt a (c)-re vonatkozó indukciós feltevést használtuk)



Indirekt: mi van, ha $D[x]$ nem a $d(s,x)$ távolságot jelöli, azaz van ennél rövidebb $s \rightsquigarrow x$ út?
Ezen út „eleje" különleges $\Longrightarrow$
$D[y] \leq d(x,s) < D[x]$ ↯

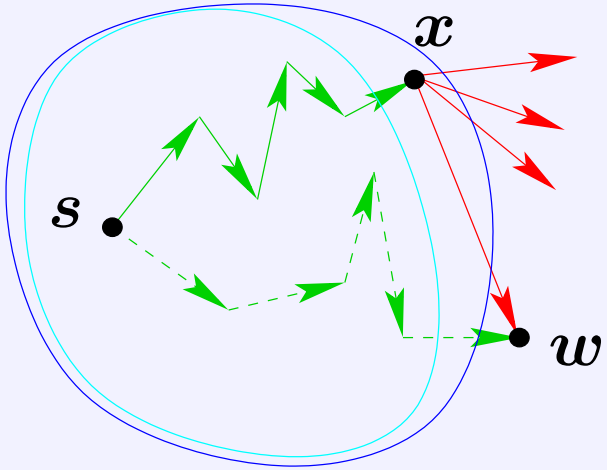
(b) Elég x-re $\Longleftarrow$ KÉSZ korábbi pontjaira az indukciós feltevésből
Láttuk, hogy $d(s,x) = D[x]$, ez egy különleges $s \rightsquigarrow x$ út hossza volt a $j+1$. iteráció előtt (itt a (c)-re vonatkozó indukciós feltevést használtuk)
annak végeztével az út minden pontja KÉSZ-beli lesz.


x
s
w



(c) A $j+1$. iteráció előtt

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ} \setminus \{x\}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

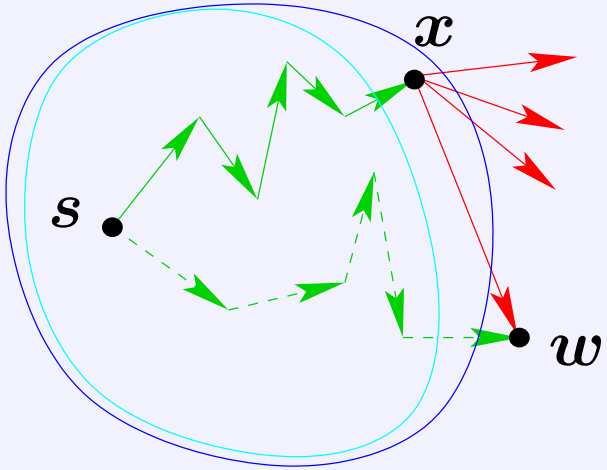


(c) A $j+1$. iteráció előtt

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ} \setminus \{x\}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

Utána

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

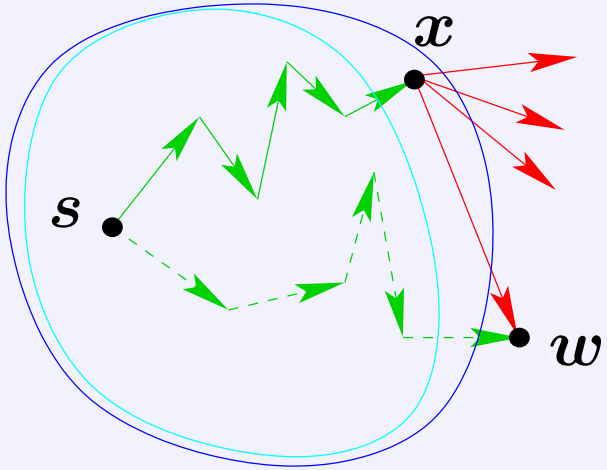


(c) A $j+1$. iteráció előtt

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ} \setminus \{x\}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

Utána $$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

$\Longrightarrow$ Elég megnézni, hogy $D[w]$ vagy $d(s,x) + C[x,w]$ nagyobb



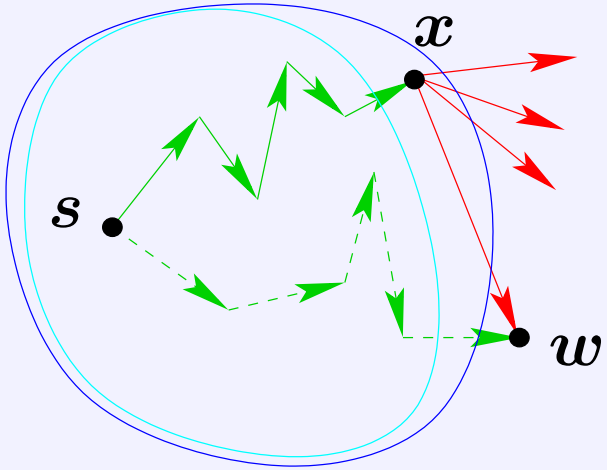
(c) A $j+1$. iteráció előtt

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ} \setminus \{x\}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

Utána $$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

$\Longrightarrow$ Elég megnézni, hogy $D[w]$ vagy $d(s,x) + C[x,w]$ nagyobb

Lépészám: (2) ciklus $O(n)$, ez lefut $n-1$-szer $\Longrightarrow O(n^2)$



(c) A $j+1$. iteráció előtt

$$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ} \setminus \{x\}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

Utána $$D[w] = \min_{v \in \text{KÉSZ}} \{d(s,v) + C[v,w]\}.$$

$\Longrightarrow$ Elég megnézni, hogy $D[w]$ vagy $d(s,x) + C[x,w]$ nagyobb

Lépészám: (2) ciklus $O(n)$, ez lefut $n-1$-szer $\Longrightarrow O(n^2)$