1. Éllistájukkal adottak az alábbi G_1 és G_2 irányított gráfok.
G_1: **a**:b(3),c(8); **b**:d(-7); **c**:d(5); **d**:e(2); **e**:a(-10);
G_2: **a**:g(2),f(10); **b**:a(-2),g(1); **c**:-; **d**:-; **e**:c(5),d(6); **f**:e(7); **g**:f(1), e(8);
(a) Döntsük el mélységi bejárás segítségével erről a két gráfról, hogy DAG-e.
(b) Amelyik gráf DAG, abban adjunk meg egy topologikus sorrendet és határozzuk meg az a jelű csúcsból a többi csúcsba vezető legrövidebb utak hosszát.

2. Egy éllistával adott irányított G gráfban néhány csúcs piros, néhány csúcs kék, a többi csúcs pedig színtelen. (A színezés egy, a csúcsokkal indexelt C tömbben adott). Melyik tanult algoritmus egyszeri futásával lehet $O(n+m)$ lépésben megoldani az alábbi feladatokat és hogyan?
(a) El akarjuk dönteni, hogy az egyik adott p_1 piros csúcsból mik az elérhető kék csúcsok.
(b) Egy adott piros p_1 csúcshoz meg akarjuk keresni a legközelebbi kék csúcso(ka)t.

---

3. Legyen G egy irányítatlan összefüggő gráf. Igaz-e, hogy
(a) G minden f éléhez van G-nek olyan éllistás megadása, melynek $\begin{array}{l}\text{(a1) mélységi}\\ \text{(a2) szélességi}\end{array}$ bejárásában f egy faél?
(b) G minden F feszítőfájához van G-nek olyan éllistás megadása, melynek $\begin{array}{l}\text{(b1) mélységi}\\ \text{(b2) szélességi}\end{array}$ bejárásában F minden éle faél?

4. Éllistájával adott egy G irányított gráf, amiben nincsen irányított kör. Adott továbbá a gráf egy s csúcsa és szeretnénk meghatározni a gráf összes v csúcsa esetén az s-ből v-be vezető utak számát. Adjon erre a feladatra $O(n+m)$ lépésszámú algoritmust.

5. A 2. feladat folytatása:
(c) El akarjuk dönteni, hogy mindegyik kék csúcs elérhető-e legalább egy pirosból (azaz igaz-e, hogy minden kék csúcsra van olyan piros csúcs ahonnan ő elérhető).
(d) Meg akarjuk keresni a legrövidebb olyan utat a gráfban, ami piros csúcsból kék csúcsba vezet.

6. Cirkuszi akrobaták egymás vállára állva minél nagyobb tornyot szeretnének létrehozni (a toronyban minden szinten csak egy akrobata lesz). Esztétikai és gyakorlati szempontok miatt egy ember vállára csak olyan állhat, aki nála alacsonyabb és könnyebb is. A cirkuszban n akrobata van, adott mindegyikük magassága és súlya.
(a) Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legtöbb emberből álló torony összeállítását.
(b) Adjon algoritmust, amely $O(n^2)$ lépésben megadja a lehetséges legmagasabb torony (hány centiméter magas) összeállítását.

---

7. Éllistával adott a súlyozott élű G irányítatlan gráf, ahol az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(n+m)$ költségű algoritmust egy adott s pontból az összes további v pontokba vivő legrövidebb utak hosszának meghatározására!

8. Egy irányított G gráfban hagyjuk el a forrásokat ($d_{be}(v)=0$) és a nyelőket ($d_{ki}(v)=0$). A maradék gráfban ismét hagyjuk el a forrásokat és a nyelőket, ezt ismételjük, amig lehet. Bizonyítsuk be, hogy akkor és csak akkor kapunk üres gráfot, ha G-ben nincs irányított kör!

9. Legyen adott egy $n\times n$ pixelből álló fekete-fehér kép. Szeretnénk a képen a bal felső saroktól a jobb alsó sarokig egy jobbra-lefele haladó határvonalat húzni úgy, hogy a vonaltól jobbra-felfele eső fekete, valamint a vonaltól balra-lefele eső fehér pixelek számának az összege a lehető legkisebb legyen. Oldjuk meg ezt a feladatot $O(n^2)$ időben!

10. Egy városban 1000 ember lakik, mindenki minden nap elmondja az ismerőseinek az összes előző nap megtudott hírt. Tudjuk, hogy olyan az ismeretségek hálózata, hogy előbb-utóbb mindenki megtud mindent. Bizonyítsuk be, hogy van 90 olyan ember, hogy ha ők egyszerre megtudnak valamit, akkor legkésőbb 10 nap múlva mindenki megtudja!