

Algoritmuselmélet

Gráfok megadása

Katona Gyula Y.

Számítástudományi és Információelméleti Tanszék
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem

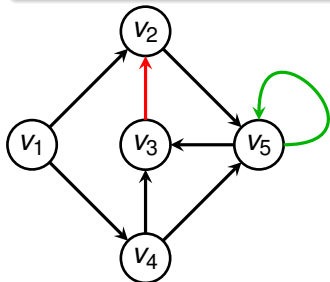
Gráfok megadása

Szomszédossági mátrix

Definíció

A $G = (V, E)$ egy irányított gráf ahol $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$. A G gráf *szomszédossági mátrixa* a következő $n \times n$ -es mátrix:

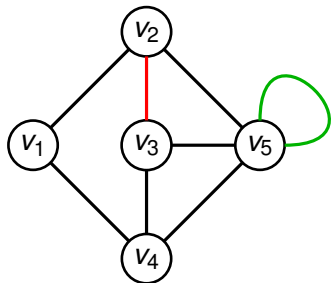
$$A[i, j] = \begin{cases} 0 & \text{ha } (v_i, v_j) \notin E, \\ 1 & \text{ha } (v_i, v_j) \in E. \end{cases}$$



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Szomszédossági mátrix

Írányítatlan gráfok esetén a szomszédossági mátrix szimmetrikus lesz, azaz $A[i, j] = A[j, i]$ teljesül minden i, j csúcspárra.



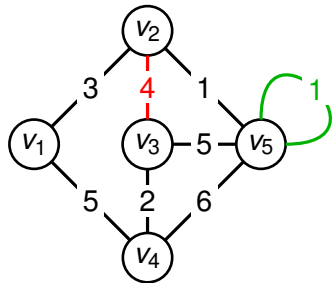
$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix} \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix}$$

Többszörös élek esetén az 1 helyett az élek számát írjuk.

Tárigény: n^2 cella (az élek számától nem függ)

Szomszédossági mátrix

Súlyozott élek esetén az 1 helyett az élek számát az él súlyát írjuk. Viszont a 0 egy nulla súlyú élet fog jelenteni. Ha két csúc között nincsen él, akkor azt egy speciális karakterrel, legtöbbször ∞ -vel jelöljük.



$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 & V_4 & V_5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \infty & 3 & \infty & 5 & \infty \\ 3 & \infty & 4 & \infty & 1 \\ \infty & 4 & \infty & 2 & 5 \\ 5 & \infty & 2 & \infty & 6 \\ \infty & 1 & 5 & 6 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

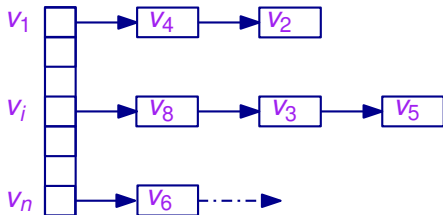
Éllistas megadás

$G = (V, E)$ csúcsait egy tömbben tároljuk és gráf minden csúcsához egy lista is tartozik.

A $v_i \in V$ csúcs listájában tároljuk a v_i -ből kimenő élek végpontjait.

A v_i listáján egy élnek a lista egy eleme (cellája) felel meg.

Írányítatlan gráfoknál a v_i csúcs listájában v_i minden szomszédját felsoroljuk, így minden élnek két cella felel meg.



Többszörös élek esetén a szomszéd többször is szerepel.

Súlyozott élek esetén a szomszéd csúcs mellett az oda vezető él súlyát is abban a cellában tároljuk.

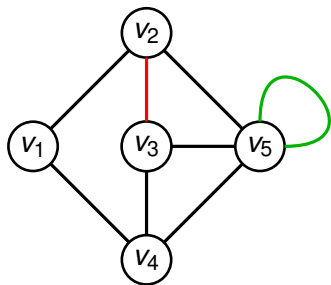
Tárigény irányított gráfoknál:

$n + m$ cella

Írányítatlan gráfoknál:

$n + 2m$ cella

Élhistás megadás



V					
V_1	→	V_2	V_4		
V_2	→	V_3	V_1	V_5	
V_3	→	V_5	V_2	V_4	
V_4	→	V_1	V_3	V_5	
V_5	→	V_3	V_2	V_5	V_4

Lépésszámok

Legyen n a G gráf pontszáma, m az élszáma, $d(v_i)$ pedig a v_i pont fokszáma.

	szomsz. mátrix	éllista irányított	éllista irányítatlan
Méret	n^2	$n + m$	$n + 2m$
Van-e él v_i -ből és v_j -be?	1	$d_{ki}(v_i)$	$d(v_i)$
(v_i, v_j) él hozzáadása	1	1	2
(v_i, v_j) él törlése	1	$d_{ki}(v_i)$	$d(v_i) + d(v_j)$
v_i fokszáma ill. összes szomszéd felsorolása (irányítatlan)	n		$d(v_i)$
v_i ki-fokszáma ill. összes szomszéd felsorolása (irányított)	n	$d_{ki}(v_i)$	
v_i be-fokszáma ill. összes bemenő szomszéd felsorolása (irányított)	n	$n + m$	