Adatbázisok elmélete 11. előadás

Csima Judit — Katona Gyula Y.
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Számítástudományi Tsz.
I. B. 137/b
{csima,kiskat}@cs.bme.hu

2002. Október 18.

Példák sorkalkulus alkalmazására (folyt.)

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

Mely áruk azok, amelyekkel van azonos egységárú másik áru?

$\{s^{(1)} \mid \exists u \exists v \Big(\text{ÁRU}(v) \wedge \text{ÁRU}(u) \wedge s[1]=v[2] \wedge v[3]=u[3] \wedge \neg(v[1]=u[1])\Big)\}$

Mivel lehet több mindent kifejezni? *Relációs algebrával, vagy sorkalkulussal?*

Tétel. *A sorkalkulus relációsan teljes.*

Bizonyítás: Be kell látni, hogy minden relációs algebrai alapművelet megvalósítható.

- **alapreláció:** Tegyük fel, hogy R k oszlopos
  $R=\{t^{(k)} \mid R(t)\}$
- **Unió:** *Tfh. S is k oszlopos*
  $R\cup S=\{t^{(k)} \mid R(t)\vee S(t)\}$

- **különbség:**
  $R\setminus S=\{t^{(k)} \mid R(t)\wedge\neg S(t)\}$
- *metszet:*
  $R\cap S=\{t^{(k)} \mid R(t)\wedge S(t)\}$
- **szorzat:** R legyen k oszlopos, S pedig l oszlopos
  $R\times S=\big\{t^{(k+l)} \mid \exists r^{(k)}\exists s^{(l)}(R(r)\wedge S(s)\wedge r[1]=t[1]\wedge\ldots\wedge r[k]=t[k]\wedge s[1]=t[k+1]\wedge\ldots\wedge s[l]=t[k+l])\big\}$
- **vetület:** Legyen $R(A_1,\ldots,A_d,A_{d+1},\ldots,A_k)$ reláció, vetítsük az első d-re $\pi_{A_1,\ldots,A_d}(R)=\big\{t^{(d)} \mid \exists r^{(k)}(R(r)\wedge r[1]=t[1]\wedge\ldots\wedge r[d]=t[d])\big\}$
- **kiválasztás:**
  $\sigma_F(R)=\{t^{(k)} \mid R(t)\wedge F'\}$, ahol F' átfordítása sorkalkulusra $\Longrightarrow$ az i-edik attribútum helyett $t^{(n)}[i]$-t írunk.
  Pl. (evidenciával történő meggyőzés)
  $\sigma_{\text{ÁR>'150'} \wedge \text{TERMÉK='hamburger'}}(\text{TERMEL}) = \{t^{(n)} \mid \text{TERMEL}(t)\wedge t[4] > \text{'150'} \wedge t[3] = \text{'hamburger'}\}$

Nem lényeges, hogy R,S alaprelációk. Ha $R=\{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ és $S=\{t^{(k)} \mid \psi(t)\}$,
$\Longrightarrow R\cup S=\{t^{(k)} \mid \phi(t)\vee\psi(t)\}$
többinél ugyanígy. $\surd$

Megfordítás

Ki lehet-e fejezni mindet relációs algebrával, amit sorkalkulussal lehet?

Nem!

Pl. Ha R egy k változós alapreláció $\Longrightarrow \{t^{(k)} \mid \neg R(t)\}$ nem fejezhető ki algebrával.

Bizonyítás: Relációs algebrában minden reláció véges, *ha az alaprelációk végesek.* Ez viszont lehet végtelen, ha az egyik értékkészlet végtelen.

Alkalmazásokban, bár elvileg $\forall$ véges, gyakorlatban azért nagy-nagy véges sem jó. Így ilyen baj tényleg előfordulhat. *Sőt részeredményekben sem lehet ilyen $\Longrightarrow$ túl sok munka.*

Megoldás: Nem használunk ilyesmit $\Longrightarrow$ csak **biztonságos formulákat** (safe expression)
leszűkítjük a szóba jövő esetek halmazát

Definíció. $Dom(\phi) = \{\phi$*-beli alaprelációk* $\forall$ *attribútumának,* $\forall$ *értéke*$\} \cup \{\phi$*-beli konstansok*$\}$

Pl.
SZEMÉLY(NÉV, CÍM) alapreláció
$\phi(t) = \text{SZEMÉLY}(t) \wedge t[2] = \text{'Tokyo'}$
$\Longrightarrow Dom(\phi) = \pi_{\text{NÉV}}\Big(\text{SZEMÉLY}\Big) \cup \pi_{\text{CÍM}}\Big(\text{SZEMÉLY}\Big) \cup \{\text{'Tokyo'}\}$

Definíció. *Egy* $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ ***reláció biztonságos****, ha*

i) Minden $\phi(t)$*-t kielégítő* t *minden komponense* $\in Dom(\phi)$
(Ez korlátozza keresést!)

ii) ϕ *minden* $\exists u \psi(u)$ *alakú részformulájára igaz, hogy ha* u *kielégíti* ψ*-t a* ψ*-beli szabad változók valamely értékeire, akkor* u *minden komponense* $\in Dom(\psi)$
(részformula is biztonságos)

Megj.: A $\forall u \psi(u)$ *alakúakra nem kell, mert ez ugyanaz, mint* $\neg\exists u(\neg\psi(u))$.

Hogyan tudunk biztonságos formulákat, kifejezéseket írni?
Csak ilyeneket szeretnénk használni.

- $\exists u(R(u) \wedge \ldots)$
- $\forall u(\neg R(u) \vee \ldots)$
- $\{t \mid R(t) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- *(Ha nem lehet egy relációra korlátozni pl:)*
  $\{t \mid (R(t) \vee S(t)) \wedge \phi(t)\}$ biztonságos, ha ϕ biztonságos
- $\{t^{(2)} \mid \exists u_1 \exists u_2 (R(u_1) \wedge R(u_2) \wedge t[1] = u_2[1] \wedge t[2] = u_1[1] \wedge \phi(t, u_1, u_2))\}$

Tétel. *Biztonságos kifejezésű sorkalkulus reláció kifejezhető relációs algebrával is.*

Bizonyítás: *Ötlet:* Ha $R = \{t^{(k)} \mid \phi(t)\}$ megengedett reláció, akkor $R \cap Dom(\phi)^k$ kifejezhető rel. algebrával. Biz. ϕ felépítése szerinti indukcióval.
Ha R biztonságos, akkor $R = R \cap Dom(\phi)^k$ $\surd$

Tétel. *A relációs algebra és a biztonságos sorkalkulus ekvivalensek.*

Bizonyítás: Kell még: a relációs alg. átírása sorkalkulusra biztonságos.
Az volt (ahogy csináltuk). $\surd$

Példák biztonságos és nem biztonságos kifejezésekre

- Az 2002. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg.

Nem bizt.: $\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v(v[1] = \text{2002-01-15} \wedge v[2] = u[1])\}$
Ez nem sikerült, mert nem biztonságos, sőt nem is azt fejezi ki, hanem BEFIZ minden sora benne lesz.

Bizt.: $\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u) \wedge \exists v(\textbf{BEVÉTEL}(\mathbf{v}) \wedge v[1] = \text{2002-01-15} \wedge v[2] = u[1])\}$

- Melyik napokon volt a legnagyobb a bevétel?

Nem bizt.: $\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)}(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)}(\neg\text{BEVÉTEL}(v) \vee v[1] = u[1] \vee v[2] \leq u[2])) \wedge \exists w^{(1)}(w[1] = u[1])\}$
Ez azt fejezi ki, csak nem biztonságos. A végén van egy felesleges dolog.

Bizt.: $\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)}(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \forall v^{(2)}(\neg\text{BEVÉTEL}(v) \vee v[1] = u[1] \vee v[2] \leq u[2]))\}$

Másik bizt.: $\{t^{(1)} \mid \exists u^{(2)}(\text{BEVÉTEL}(u) \wedge t[1] = u[2] \wedge \neg\exists v^{(2)}(\text{BEVÉTEL}(v) \wedge v[1] \neq u[1] \wedge v[2] > u[2]))\}$

- Mely árukból van 100-nál több raktáron?

Nem bizt.: $\{t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)}\Big((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100)\ \boxed{\vee}\ \text{MENNYISÉG}(v)\Big)\}$
elírtuk

Bizt.: $\{t^{(3)} \mid \text{ÁRU}(t) \wedge \exists v^{(3)}\Big((v[2] = t[1] \wedge v[3] > 100)\ \boxed{\wedge}\ \text{MENNYISÉG}(v)\Big)\}$

Oszlopkalkulus (Domain calculus)

Lényegileg ugyanaz, mint a sorkalkulus, csak másféle változókat használ.

Oszlopváltozó: sorváltozó, mint vektor, egy koordinátája
Az oszlopváltozó értékkészlete: egy adott attribútum értékkészlete.

A oszlopkalkulus által kifejezett reláció:
$\{u_1,\ldots,u_k \mid \phi(u_1,\ldots,u_k)\} \quad \Longrightarrow$ azon u-k, amikre $\phi(u_1,\ldots,u_k)$ igaz, ahol ϕ egy megengedett formula és csak $u_1,\ldots,u_k$ szabad változók benne.

Megengedett formulák:

atomok :

- $R^{(k)}(u_1,\ldots,u_k)$: *akkor igaz, ha* $(u_1,\ldots,u_k)\in R$*, azaz a sor benne van a relációban.*
- – $u_i \,\theta\, u_j$
  – $u_i \,\theta\, c$

– $c \,\theta\, u_i$
ahol $\theta \in \{<,>,=,\neq,\leq,\geq\}$, u_i oszlopváltozók, c konstans érték.
Világos, mikor igaz.

építkezési szabályok :

- ϕ,ψ formulák, akkor $\phi\vee\psi, \phi\wedge\psi, \neg\phi$ is formulák.
  Világos, hogy mikor igaz.
- ϕ formula, s sorváltozó, akkor $\forall s\phi, \exists s\phi$ is formula.
  Világos, hogy mikor igaz.
  Kötött változó: ha vonatkozik rá kvantor,
  Szabad változó: ha nem,

Példák oszlopkalkulus alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)
MENNYISÉG(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)
BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)
BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ) BEFIZ=ÖSSZEG-4000

Az 2002. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:
$\{t^{(2)} \mid \text{BEVÉTEL}(t)\wedge t[1]\geq \text{2002-01-01}\}$
$\{x,y \mid \text{BEVÉTEL}(y,x)\wedge y\geq \text{2002-01-01}\}$ *(sajtóhiba a Gajdos könyvben)*

Az 2002. jan. 15-i bevétel és a befizetett összeg:
$\{u^{(2)} \mid \text{BEFIZ}(u)\wedge\exists v(\text{BEVÉTEL}(v)\wedge v[1]=\text{2002-01-15}\wedge v[2]=u[1])\}$
$\{x,y \mid \text{BEFIZ}(x,y)\wedge\exists z(\text{BEVÉTEL}(z,x)\wedge z=\text{2002-01-15})\}$

Hány darabot adtak el 2002. jan. 15-én az A123 kódú áruból, mi a neve és az ára?
$\{s^{(3)} \mid \exists u\exists v\Big(\text{MENNYISÉG}(u)\wedge\text{ÁRU}(v)\wedge u[1]=\text{2002-01-15}\wedge u[2]='A123'\wedge$
$v[1]='A123'\wedge s[1]=u[3]\wedge s[2]=v[2]\wedge s[3]=v[3]\Big)\}$
$\{x,y,z \mid \exists u\exists v\Big(\text{MENNYISÉG}(u,v,z)\wedge\text{ÁRU}(u,x,y)\wedge v=\text{2002-01-15}\wedge u='A123'\Big)\}$

Mely áruk azok, amelyekkel van azonos egységárú másik áru?$\{s^{(1)} \mid \exists u\exists v\Big(\text{ÁRU}(v)\wedge$
$\text{ÁRU}(u)\wedge s[1]=v[2]\wedge v[3]=u[3]\wedge\neg(v[1]=u[1])\Big)\}$
$\{x \mid \exists u\exists v\exists w\exists y\Big(\text{ÁRU}(x,v,u)\wedge\text{ÁRU}(y,w,u)\wedge x\neq y\Big)\}$

Biztonságos kifejezés

A biztonságos formula és kifejezés ugyanaz, mint sorkalkulusnál.

Tétel. *A sorkalkulus és az oszlopkalkulus ekvivalensek. A biztonságos sorkalkulus és a biztonságos oszlopkalkulus ekvivalensek.*

Bizonyítás: *Vázlat:*

$$\begin{array}{rcl}
\{t^{(k)} \mid \phi(t^{(k)})\} & \longleftrightarrow & \{u_1,\ldots,u_k \mid \psi(u_1,\ldots,u_k)\} \\
t^{(k)} & \longleftrightarrow & u_1,\ldots,u_k \\
R(t^{(k)}) & \longleftrightarrow & R(u_1,\ldots,u_k) \\
t^{(k)}[j] & \longleftrightarrow & u_j \\
\exists t^{(k)}\phi(t^{(k)}) & \longleftrightarrow & \exists u_1 \ldots \exists u_k \psi(u_1,\ldots,u_k) \\
\text{biztonságos} & \longleftrightarrow & \text{biztonságos}
\end{array}$$