Adatbázisok elmélete 12. előadás

Katona Gyula Y.
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Számítástudományi Tsz.
I. B. 137/b
kiskat@cs.bme.hu
http://www.cs.bme.hu/˜kiskat

2004

Emlékeztető

Definíció. *Adott* (R, F). *Az* $X \rightarrow Y$ *függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye)* F*-nek, ha az* $X \rightarrow Y$ *minden olyan* r *relációban teljesül, ahol* F *függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \rightarrow Y$

Emlékeztető

Definíció. *Adott* $(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{F})$. *Az* $\boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$ *függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye)* $\boldsymbol{F}$*-nek, ha az* $\boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$ *minden olyan* $\boldsymbol{r}$ *relációban teljesül, ahol* $\boldsymbol{F}$ *függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $\boldsymbol{F} \models \boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$

Definíció. *Egy* $\boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$ *függőség akkor vezethető le egy adott* $\boldsymbol{F}$ *függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával* $\boldsymbol{F}$*-ből megkapjuk* $\boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$*-t.Jele:* $\boldsymbol{F} \vdash \boldsymbol{X} \rightarrow \boldsymbol{Y}$.

Emlékeztető

Definíció. *Adott* (R, F). *Az* $X \to Y$ *függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye)* F*-nek, ha az* $X \to Y$ *minden olyan* r *relációban teljesül, ahol* F *függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \to Y$

Definíció. *Egy* $X \to Y$ *függőség akkor vezethető le egy adott* F *függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával* F*-ből megkapjuk* $X \to Y$*-t.Jele:* $F \vdash X \to Y$*.*

$\models \Rightarrow \vdash$: *Teljességi tétel*, ami igaz az levezethető. (Ma lesz.)

Emlékeztető

Definíció. *Adott* (R, F)*. Az* $X \to Y$ *függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye)* F*-nek, ha az* $X \to Y$ *minden olyan* r *relációban teljesül, ahol* F *függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \to Y$

Definíció. *Egy* $X \to Y$ *függőség akkor vezethető le egy adott* F *függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával* F*-ből megkapjuk* $X \to Y$*-t.* *Jele:* $F \vdash X \to Y$.

$\models \Rightarrow \vdash$: *Teljességi tétel*, ami igaz az levezethető. (Ma lesz.)
$\vdash \Rightarrow \models$: *Igazság tétel*, csak igaz dolgok vezethetők le. √

Emlékeztető

Definíció. *Adott* (R, F). *Az* $X \rightarrow Y$ *függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye)* F*-nek, ha az* $X \rightarrow Y$ *minden olyan* r *relációban teljesül, ahol* F *függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \rightarrow Y$

Definíció. *Egy* $X \rightarrow Y$ *függőség akkor vezethető le egy adott* F *függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával* F*-ből megkapjuk* $X \rightarrow Y$*-t.Jele:* $F \vdash X \rightarrow Y$.

$\models \ \Rightarrow \ \vdash$: *Teljességi tétel*, ami igaz az levezethető. (Ma lesz.)
$\vdash \ \Rightarrow \ \models$: *Igazság tétel*, csak igaz dolgok vezethetők le. √

Armstrong-axiómák

1. Reflexivitás: Ha $X, Y \subseteq R$ és $Y \subseteq X$, akkor $X \rightarrow Y$.

Emlékeztető

Definíció. *Adott (R, F). Az $X \to Y$ függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye) F-nek, ha az $X \to Y$ minden olyan r relációban teljesül, ahol F függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \to Y$

Definíció. *Egy $X \to Y$ függőség akkor vezethető le egy adott F függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával F-ből megkapjuk $X \to Y$-t.* *Jele:* $F \vdash X \to Y$.

$\models \Rightarrow \vdash$: *Teljességi tétel*, ami igaz az levezethető. (Ma lesz.)
$\vdash \Rightarrow \models$: *Igazság tétel*, csak igaz dolgok vezethetők le. $\surd$

Armstrong-axiómák

1. Reflexivitás: Ha $X, Y \subseteq R$ és $Y \subseteq X$, akkor $X \to Y$.
2. Kiegészítési tulajdonság: Ha $X, Y \subseteq R$ és $X \to Y$, akkor $XW \to YW$ igaz tetszőleges $W \subseteq R$-re.

Emlékeztető

Definíció. *Adott (R, F). Az $X \to Y$ függés* ***logikai következménye*** *(szemantikai következménye) F-nek, ha az $X \to Y$ minden olyan r relációban teljesül, ahol F függései mind teljesülnek.*
Jelölése: $F \models X \to Y$

Definíció. *Egy $X \to Y$ függőség akkor vezethető le egy adott F függőséghalmazból, ha az axiómák ismételt alkalmazásával F-ből megkapjuk $X \to Y$-t.Jele:* $F \vdash X \to Y$.

$\models \Rightarrow \vdash$: *Teljességi tétel*, ami igaz az levezethető. (Ma lesz.)
$\vdash \Rightarrow \models$: *Igazság tétel*, csak igaz dolgok vezethetők le. √

Armstrong-axiómák

1. Reflexivitás: Ha $X, Y \subseteq R$ és $Y \subseteq X$, akkor $X \to Y$.
2. Kiegészítési tulajdonság: Ha $X, Y \subseteq R$ és $X \to Y$, akkor $XW \to YW$ igaz tetszőleges $W \subseteq R$-re.
3. Tranzitivitás: Ha $X, Y, Z \subseteq R$, $X \to Y$ és $Y \to Z$, akkor $X \to Z$.

Levezethető szabályok

Néhány további szabály, ami levezethető az axiómákból (és az igazságtétel miatt igazak is).

Levezethető szabályok

Néhány további szabály, ami levezethető az axiómákból (és az igazságtétel miatt igazak is).

Állítás (**Unió szabály**). $\{X \rightarrow Y,\ X \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow YZ$

Levezethető szabályok

Néhány további szabály, ami levezethető az axiómákból (és az igazságtétel miatt igazak is).

Állítás (Unió szabály). $\{X \rightarrow Y,\ X \rightarrow Z\} \vdash X \rightarrow YZ$

Bizonyítás:

i) $X \rightarrow Y$: ez F-beli

ii) $XZ \rightarrow YZ$: kiegészítve Z-val

iii) $X \rightarrow Z$: ez F-beli

iv) $X \rightarrow XZ$: kiegészítve X-vel

v) $X \rightarrow YZ$: iv) és ii) + tranzitivitás

Levezethető szabályok

Állítás (Áltranzitiv szabály). $\{X \rightarrow Y,\ YW \rightarrow Z\} \vdash XW \rightarrow Z$

Levezethető szabályok

Állítás (Áltranzitiv szabály). $\{X \to Y,\ YW \to Z\} \vdash XW \to Z$

Bizonyítás:

i) $X \to Y$: ez F-beli

ii) $XW \to YW$: kiegészítve W-val

iii) $YW \to Z$: ez F-beli

iv) $XW \to Z$: ii) és iii) + tranzitivitás

Levezethető szabályok

Állítás (**Áltranzitiv szabály**). $\{X \to Y,\ YW \to Z\} \vdash XW \to Z$

Bizonyítás:

i) $X \to Y$: ez F-beli

ii) $XW \to YW$: kiegészítve W-val

iii) $YW \to Z$: ez F-beli

iv) $XW \to Z$: ii) és iii) + tranzitivitás

Állítás (**Felbontási szabály**). *Tegyük fel, hogy* $Z \subseteq Y$*, ekkor* $\{X \to Y\} \vdash X \to Z$

Levezethető szabályok

Állítás (**Áltranzitiv szabály**). $\{X \rightarrow Y,\ YW \rightarrow Z\} \vdash XW \rightarrow Z$

Bizonyítás:
- i) $X \rightarrow Y$: ez F-beli
- ii) $XW \rightarrow YW$: kiegészítve W-val
- iii) $YW \rightarrow Z$: ez F-beli
- iv) $XW \rightarrow Z$: ii) és iii) + tranzitivitás

Állítás (**Felbontási szabály**). *Tegyük fel, hogy $Z \subseteq Y$, ekkor $\{X \rightarrow Y\} \vdash X \rightarrow Z$*

Bizonyítás:
- i) $X \rightarrow Y$: ez F-beli
- ii) $Y \rightarrow Z$: reflexivitás
- iii) $X \rightarrow Z$: i) és ii) + tranzitivitás

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** F^+ *az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\}$$

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** *F^+ az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\}$$

Jó: mert ha majd belátjuk $\models \iff \vdash$-t, akkor kiderül, hogy ez éppen az F-ből szükségszerűen következő összes függést adja meg.

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** F^+ *az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \rightarrow Y \mid F \vdash X \rightarrow Y\}$$

Jó: mert ha majd belátjuk $\models \iff \vdash$-t, akkor kiderül, hogy ez éppen az F-ből szükségszerűen következő összes függést adja meg.

Gond: nagyon nagy lehet
Pl. $R(A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots B_n)$ és $F = \{A_i \rightarrow B_j \mid 1 \leq i, j \leq n\}$, akkor ez n^2 db függés

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** F^+ *az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\}$$

Jó: mert ha majd belátjuk $\models \iff \vdash$-t, akkor kiderül, hogy ez éppen az F-ből szükségszerűen következő összes függést adja meg.

Gond: nagyon nagy lehet
Pl. $R(A_1, \dots, A_n, B_1, \dots B_n)$ és $F = \{A_i \to B_j \mid 1 \le i, j \le n\}$, akkor ez n^2 db függés
F^+-ban benne van minden $A_{i_1} \dots A_{i_k} \to B_{j_1} \dots B_{j_l}$, azaz $(2^n - 1)(2^n - 1) \approx 2^{2n}$ eleme van.

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** F^+ *az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\}$$

Jó: mert ha majd belátjuk $\models \iff \vdash$-t, akkor kiderül, hogy ez éppen az F-ből szükségszerűen következő összes függést adja meg.

Gond: nagyon nagy lehet
Pl. $R(A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots B_n)$ és $F = \{A_i \to B_j \mid 1 \leq i, j \leq n\}$, akkor ez n^2 db függés
F^+-ban benne van minden $A_{i_1} \ldots A_{i_k} \to B_{j_1} \ldots B_{j_l}$, azaz $(2^n - 1)(2^n - 1) \approx 2^{2n}$ eleme van.

Ezért ehelyett valami mást nézünk, amit könnyebb lesz meghatározni és jól közelíti F^+-t:

Lezárás

Definíció. *Ha F egy függéshalamaz, akkor a* ***lezártja*** *F^+ az F-ből levezethető összes függés:*

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\}$$

Jó: mert ha majd belátjuk $\models \iff \vdash$-t, akkor kiderül, hogy ez éppen az F-ből szükségszerűen következő összes függést adja meg.

Gond: nagyon nagy lehet

Pl. $R(A_1, \ldots, A_n, B_1, \ldots B_n)$ és $F = \{A_i \to B_j \mid 1 \leq i, j \leq n\}$, akkor ez n^2 db függés
F^+-ban benne van minden $A_{i_1} \ldots A_{i_k} \to B_{j_1} \ldots B_{j_l}$, azaz $(2^n - 1)(2^n - 1) \approx 2^{2n}$ eleme van.

Ezért ehelyett valami mást nézünk, amit könnyebb lesz meghatározni és jól közelíti F^+-t:

Definíció. *Ha X egy attribútum halmaz (R, F)-ben, akkor* ***lezártja***

$$X^+(F) = \{A \in R \mid F \vdash X \to A\},$$

azaz azon attribútumok, amik függnek X-től.

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^{+}(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \rightarrow Y \iff Y \subseteq X^{+}(F)$

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X^+(F)$

Bizonyítás: $\boxed{\Longrightarrow:}$ Tegyük fel, hogy $F \vdash X \to Y$ és legyen $A \in Y$.
$F \vdash X \to A$, hiszen vegyük $X \to Y$ levezetését és alkalmazzuk a felbontási szabályt a végén.
Definíció szerint ekkor $A \in X^+(F)$. Ez minden $A \in Y$-ra igaz. $\surd$

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X^+(F)$

Bizonyítás: $\boxed{\Longrightarrow:}$ Tegyük fel, hogy $F \vdash X \to Y$ és legyen $A \in Y$.
$F \vdash X \to A$, hiszen vegyük $X \to Y$ levezetését és alkalmazzuk a felbontási szabályt a végén.
Definíció szerint ekkor $A \in X^+(F)$. Ez minden $A \in Y$-ra igaz. √

$\boxed{\Longleftarrow:}$ Legyen $Y = A_1 \ldots A_k \subseteq X^+(F)$.
Így definíció szerint $\forall A_i \in Y$-ra $F \vdash X \to A_i$.
Ekkor $X \to Y$ levezetése: vesszük az A_i-k levezetését és a végén alkalmazzuk az uniós szabályt $k-1$-szer. √

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X^+(F)$

Bizonyítás: $\boxed{\Longrightarrow:}$ Tegyük fel, hogy $F \vdash X \to Y$ és legyen $A \in Y$.
$F \vdash X \to A$, hiszen vegyük $X \to Y$ levezetését és alkalmazzuk a felbontási szabályt a végén.
Definíció szerint ekkor $A \in X^+(F)$. Ez minden $A \in Y$-ra igaz. √

$\boxed{\Longleftarrow:}$ Legyen $Y = A_1 \ldots A_k \subseteq X^+(F)$.
Így definíció szerint $\forall A_i \in Y$-ra $F \vdash X \to A_i$.
Ekkor $X \to Y$ levezetése: vesszük az A_i-k levezetését és a végén alkalmazzuk az uniós szabályt $k-1$-szer. √

Következménye: Ha minden X-re ismerjük/ki tudjuk számítani $X^+(F)$-et, akkor tetszőleges $X \to Y$ függésről eldönthető, hogy F^+-beli-e vagy sem,

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X^+(F)$

Bizonyítás: $\boxed{\Longrightarrow:}$ Tegyük fel, hogy $F \vdash X \to Y$ és legyen $A \in Y$.
$F \vdash X \to A$, hiszen vegyük $X \to Y$ levezetését és alkalmazzuk a felbontási szabályt a végén.
Definíció szerint ekkor $A \in X^+(F)$. Ez minden $A \in Y$-ra igaz. √

$\boxed{\Longleftarrow:}$ Legyen $Y = A_1 \ldots A_k \subseteq X^+(F)$.
Így definíció szerint $\forall A_i \in Y$-ra $F \vdash X \to A_i$.
Ekkor $X \to Y$ levezetése: vesszük az A_i-k levezetését és a végén alkalmazzuk az uniós szabályt $k-1$-szer. √

Következménye: Ha minden X-re ismerjük/ki tudjuk számítani $X^+(F)$-et, akkor tetszőleges $X \to Y$ függésről eldönthető, hogy F^+-beli-e vagy sem, mert $X \to Y \in F^+$ pontosan akkor teljesül (definíció szerint), ha $F \vdash X \to Y$, de ez meg az előbbi lemma szerint pontosan akkor van, ha $Y \subseteq X^+(F)$

Attribútumhalmaz lezárása

Állítás. $X \subseteq X^+(F) \subseteq R$

Lemma. *(Fontos!!!)* $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X^+(F)$

Bizonyítás: $\boxed{\Longrightarrow:}$ Tegyük fel, hogy $F \vdash X \to Y$ és legyen $A \in Y$.
$F \vdash X \to A$, hiszen vegyük $X \to Y$ levezetését és alkalmazzuk a felbontási szabályt a végén.
Definíció szerint ekkor $A \in X^+(F)$. Ez minden $A \in Y$-ra igaz. √

$\boxed{\Longleftarrow:}$ Legyen $Y = A_1 \dots A_k \subseteq X^+(F)$.
Így definíció szerint $\forall A_i \in Y$-ra $F \vdash X \to A_i$.
Ekkor $X \to Y$ levezetése: vesszük az A_i-k levezetését és a végén alkalmazzuk az uniós szabályt $k-1$-szer. √

Következménye: Ha minden X-re ismerjük/ki tudjuk számítani $X^+(F)$-et, akkor tetszőleges $X \to Y$ függésről eldönthető, hogy F^+-beli-e vagy sem, mert $X \to Y \in F^+$ pontosan akkor teljesül (definíció szerint), ha $F \vdash X \to Y$, de ez meg az előbbi lemma szerint pontosan akkor van, ha $Y \subseteq X^+(F)$

Megjegyzés: Majd látjuk, hogy $X^+(F)$ kiszámolására lesz gyors algoritmus.

Teljességi tétel

Tétel (**Teljességi tétel**). *Ha $F \models X \to Y$, akkor $F \vdash X \to Y$.*

Teljességi tétel

Tétel (**Teljességi tétel**). *Ha* $F \models X \to Y$*, akkor* $F \vdash X \to Y$*.*

Bizonyítás: Tegyük fel indirekt, hogy van olyan $X \to Y$ függés és F függéshalmaz, hogy $X \to Y$ nem vezethető le F-ből ($F \nvdash X \to Y$), noha logikai következménye neki ($F \models X \to Y$).

Teljességi tétel

Tétel (Teljességi tétel). *Ha $F \models X \rightarrow Y$, akkor $F \vdash X \rightarrow Y$.*

Bizonyítás: Tegyük fel indirekt, hogy van olyan $X \rightarrow Y$ függés és F függéshalmaz, hogy $X \rightarrow Y$ nem vezethető le F-ből ($F \nvdash X \rightarrow Y$), noha logikai következménye neki ($F \models X \rightarrow Y$).

Ez utóbbi azt jelenti, hogy minden olyan relációban, amiben F függőségei teljesülnek, ha X-en megegyezik két sor, akkor azok megegyeznek Y-on is.

Teljességi tétel

Tétel (Teljességi tétel). *Ha $F \models X \to Y$, akkor $F \vdash X \to Y$.*

Bizonyítás: Tegyük fel indirekt, hogy van olyan $X \to Y$ függés és F függéshalmaz, hogy $X \to Y$ nem vezethető le F-ből ($F \nvdash X \to Y$), noha logikai következménye neki ($F \models X \to Y$).

Ez utóbbi azt jelenti, hogy minden olyan relációban, amiben F függőségei teljesülnek, ha X-en megegyezik két sor, akkor azok megegyeznek Y-on is.

Úgy jutunk ellentmondásra, hogy konstruálunk egy olyan r relációt, ahol F függőségei teljesülnek, de $X \not\to Y$, ami ellentmond $F \models X \to Y$-nak.

Bizonyítás (folyt.)

$X^+(F)$

X

r	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Bizonyítás (folyt.)

<table>
<tr><td>r</td><td colspan="3"></td><td colspan="7">$X^+(F)$</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td>X</td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td></td><td>A_1</td><td>…</td><td>…</td><td></td><td></td><td></td><td>...................</td><td></td><td></td><td></td><td>…</td><td>…</td><td>A_n</td></tr>
<tr><td>t_1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1 .... 1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>t_2</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1 .... 1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr>
</table>

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Bizonyítás (folyt.)

r							$X^+(F)$						
							X						
	A_1	…	…				…………………				…	…	A_n
t_1	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1** ………………… **1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**
t_2	**0**	**0**	**0**	**1**	**1**	**1**	**1** ………………… **1**	**1**	**1**	**1**	**0**	**0**	**0**

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás (folyt.)

$\boxed{r}$							$X^+(F)$						
							X						
	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \not\subseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Bizonyítás (folyt.)

r							$X^+(F)$						
							X						
	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \not\subseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.

Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. $\surd$

Bizonyítás (folyt.)

$X^+(F)$

X

r	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \not\subseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.

Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. √

Állítás. *r-ben nem igaz $X \to Y$.*

Bizonyítás (folyt.)

$X^+(F)$

X

r	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \nsubseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.

Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. $\surd$

Állítás. *r-ben nem igaz $X \to Y$.*

Bizonyítás: Mivel $F \nvdash X \to Y$, ezért a fontos lemma miatt $Y \nsubseteq X^+(F)$, azaz Y kilóg $X^+(F)$-ből, abból a részből, ahol a két sor egyenlő.

Bizonyítás (folyt.)

r	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \nsubseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.
Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. √

Állítás. *r-ben nem igaz $X \to Y$.*

Bizonyítás: Mivel $F \nvdash X \to Y$, ezért a fontos lemma miatt $Y \nsubseteq X^+(F)$, azaz Y kilóg $X^+(F)$-ből, abból a részből, ahol a két sor egyenlő.
Vagyis a két sor egyenlő X-en, de nem egyenlő Y-on, így $X \to Y$ nem igaz r-ben.

Bizonyítás (folyt.)

r							$X^+(F)$						
							X						
	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \nsubseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.

Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. $\surd$

Állítás. *r-ben nem igaz $X \to Y$.*

Bizonyítás: Mivel $F \nvdash X \to Y$, ezért a fontos lemma miatt $Y \nsubseteq X^+(F)$, azaz Y kilóg $X^+(F)$-ből, abból a részből, ahol a két sor egyenlő.

Vagyis a két sor egyenlő X-en, de nem egyenlő Y-on, így $X \to Y$ nem igaz r-ben.

Tehát r tényleg olyan, hogy benne F minden függése fennáll, de $X \to Y$ nem, ami bizonyítja, hogy $F \not\models X \to Y$.

Bizonyítás (folyt.)

r							$X^+(F)$						
							X						
	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

Tehát r két soros reláció, $X^+(F)$-en megegyezik a két sor, a többin különbözik.

Állítás. *r-ben teljesülnek F függései.*

Bizonyítás: Legyen $U \to V \in F$.

Ha $U \not\subseteq X^+(F) \implies U \to V$ igaz, hiszen nincs olyan két sor, ami U-n megegyezik.

Ha $U \subseteq X^+(F)$, akkor lemma miatt $F \vdash X \to U$.
Tranzitivitás miatt $F \vdash X \to V$. Lemma $\implies V \subseteq X^+(F)$, V-n megegyezik a két sor. √

Állítás. *r-ben nem igaz $X \to Y$.*

Bizonyítás: Mivel $F \nvdash X \to Y$, ezért a fontos lemma miatt $Y \not\subseteq X^+(F)$, azaz Y kilóg $X^+(F)$-ből, abból a részből, ahol a két sor egyenlő.
Vagyis a két sor egyenlő X-en, de nem egyenlő Y-on, így $X \to Y$ nem igaz r-ben.

Tehát r tényleg olyan, hogy benne F minden függése fennáll, de $X \to Y$ nem, ami bizonyítja, hogy $F \not\models X \to Y$.

Következmény. *$\vdash$ és $\models$ felcserélhető.*

Kulcs

Definíció. $X \subseteq R$ ***szuperkulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha* $F \vdash X \to R$*. Másképpen, ha* $R = X^+(F)$*.*

Kulcs

Definíció. $X \subseteq R$ ***szuperkulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha* $F \vdash X \to R$. *Másképpen, ha* $R = X^+(F)$.

$X \subseteq R$ ***kulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha szuperkulcs és nincs olyan valódi részhalmaza, ami szuperkulcs.*

Kulcs

Definíció. $X \subseteq R$ ***szuperkulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha* $F \vdash X \to R$. *Másképpen, ha* $R = X^{+}(F)$.
$X \subseteq R$ ***kulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha szuperkulcs és nincs olyan valódi részhalmaza, ami szuperkulcs.*

Példa:
$F = \{$TERMELŐ, TERMÉKNÉV $\to$ ÁR$;$ TERMELŐ $\to$ CÍM$\}$
$X =$ TERMELŐ, TERMÉKNÉV

Kulcs

Definíció. $\boldsymbol{X} \subseteq \boldsymbol{R}$ ***szuperkulcsa*** *az* $(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{F})$ *sémának, ha* $\boldsymbol{F} \vdash \boldsymbol{X} \to \boldsymbol{R}$. *Másképpen, ha* $\boldsymbol{R} = \boldsymbol{X}^{+}(\boldsymbol{F})$.

$\boldsymbol{X} \subseteq \boldsymbol{R}$ ***kulcsa*** *az* $(\boldsymbol{R}, \boldsymbol{F})$ *sémának, ha szuperkulcs és nincs olyan valódi részhalmaza, ami szuperkulcs.*

Példa:

$\boldsymbol{F}$ = {TERMELŐ, TERMÉKNÉV → ÁR; TERMELŐ → CÍM}

$\boldsymbol{X}$ = TERMELŐ, TERMÉKNÉV

$\Longrightarrow$ $\boldsymbol{X}^{+}(\boldsymbol{F})$ = TERMELŐ, TERMÉKNÉV, ÁR, CÍM

Kulcs

Definíció. $X \subseteq R$ ***szuperkulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha* $F \vdash X \to R$*. Másképpen, ha* $R = X^+(F)$*.*
$X \subseteq R$ ***kulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha szuperkulcs és nincs olyan valódi részhalmaza, ami szuperkulcs.*

Példa:
$F = \{$TERMELŐ, TERMÉKNÉV $\to$ ÁR$;$ TERMELŐ $\to$ CÍM$\}$
$X =$ TERMELŐ, TERMÉKNÉV
$\Longrightarrow X^+(F) =$ TERMELŐ, TERMÉKNÉV, ÁR, CÍM
TERMELŐ$^+(F) =$ TERMELŐ, CÍM
TERMÉKNÉV$^+(F) =$ TERMÉKNÉV

Kulcs

Definíció. $X \subseteq R$ ***szuperkulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha* $F \vdash X \to R$. *Másképpen, ha* $R = X^+(F)$.
$X \subseteq R$ ***kulcsa*** *az* (R, F) *sémának, ha szuperkulcs és nincs olyan valódi részhalmaza, ami szuperkulcs.*

Példa:
$F = \{$TERMELŐ, TERMÉKNÉV $\to$ ÁR; TERMELŐ $\to$ CÍM$\}$
$X =$ TERMELŐ, TERMÉKNÉV
$\Longrightarrow$ $X^+(F) =$ TERMELŐ, TERMÉKNÉV, ÁR, CÍM
TERMELŐ$^+(F) =$ TERMELŐ, CÍM
TERMÉKNÉV$^+(F) =$ TERMÉKNÉV
$\Longrightarrow$ X kulcs

$X^+(F)$ kiszámítása

Algoritmus:

$X_0 = X$,

$\vdots$

$X_i = \ldots$,

$X^+(F)$ kiszámítása

Algoritmus:

$X_0 = X$,

$\vdots$

$X_i = \dots,$

$X_{i+1} = X_i \cup \{A \in R \mid \text{van olyan } U \to V \in F\text{, hogy } U \subseteq X_i \text{ és } A \in V\}$

$X^{+}(F)$ kiszámítása

Algoritmus:

$X_0 = X$,

$\vdots$

$X_i = \ldots,$

$X_{i+1} = X_i \cup \{A \in R \mid$ van olyan $U \to V \in F$, hogy $U \subseteq X_i$ és $A \in V\}$,

$\vdots$

$X^{+}(F) = X_{\text{utolsó}}$, (amikor már nem nő)

$X^+(F)$ kiszámítása

Algoritmus:

$X_0 = X$,

$\vdots$

$X_i = \ldots,$

$X_{i+1} = X_i \cup \{A \in R \mid \text{van olyan } U \to V \in F, \text{ hogy } U \subseteq X_i \text{ és } A \in V\}$,

$\vdots$

$X^+(F) = X_{\text{utolsó}}$, (amikor már nem nő)

Állítás. $X_{utolsó} \subseteq X^+(F)$ (*azaz, a fontos lemma miatt* $F \vdash X \to X_{utolsó}$)

$X^+(F)$ kiszámítása

Algoritmus:

$X_0 = X$,

$\vdots$

$X_i = \ldots,$

$X_{i+1} = X_i \cup \{A \in R \mid$ van olyan $U \to V \in F$, hogy $U \subseteq X_i$ és $A \in V\}$,

$\vdots$

$X^+(F) = X_{\text{utolsó}}$, (amikor már nem nő)

Állítás. $X_{utolsó} \subseteq X^+(F)$ *(azaz, a fontos lemma miatt* $F \vdash X \to X_{utolsó}$*)*

Bizonyítás: Indukcióval i-re belátjuk, hogy $F \vdash X \to X_i$, innen már következik az állítás.

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \leadsto i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)

Bizonyítás (folyt.)

$\boldsymbol{i = 0}$: $\boldsymbol{F \vdash X \to X_0 = X}$, reflexivitás.

$\boldsymbol{i \rightsquigarrow i+1}$

1. $\boldsymbol{U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V}$
2. $\boldsymbol{X_i \to U}$, reflexivitás
3. $\boldsymbol{X \to U}$, tranzitivitás + indukciós felt. $\boldsymbol{F \vdash X \to X_i}$ + (2. sor)
4. $\boldsymbol{X \to V}$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $\boldsymbol{V \to A}$, reflexivitás, (1. sor)

Bizonyítás (folyt.)

$\boldsymbol{i = 0}$: $\boldsymbol{F \vdash X \to X_0 = X}$, reflexivitás.

$\boldsymbol{i \rightsquigarrow i+1}$

1. $\boldsymbol{U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V}$
2. $\boldsymbol{X_i \to U}$, reflexivitás
3. $\boldsymbol{X \to U}$, tranzitivitás + indukciós felt. $\boldsymbol{F \vdash X \to X_i}$ + (2. sor)
4. $\boldsymbol{X \to V}$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $\boldsymbol{V \to A}$, reflexivitás, (1. sor)
6. $\boldsymbol{X \to A}$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i+1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Példa:

$R(A, B, C, D)$, $F = \{A \to B,\ B \to C,\ BC \to D\}$, $A^+(F) = ?$

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i+1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Példa:

$R(A, B, C, D)$, $F = \{A \to B,\ B \to C,\ BC \to D\}$, $A^+(F) =?$

$X_0 = \{A\}$,

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i+1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Példa:

$R(A, B, C, D)$, $F = \{A \to B,\ B \to C,\ BC \to D\}$, $A^+(F) =?$

$X_0 = \{A\}$, $X_1 = \{A, B\}$,

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Példa:

$R(A, B, C, D)$, $F = \{A \to B,\ B \to C,\ BC \to D\}$, $A^+(F) =?$

$X_0 = \{A\}$, $X_1 = \{A, B\}$, $X_2 = \{A, B, C\}$,

Bizonyítás (folyt.)

$i = 0$: $F \vdash X \to X_0 = X$, reflexivitás.

$i \rightsquigarrow i + 1$

1. $U \to V \in F,\ U \subseteq X_i,\ A \in V$
2. $X_i \to U$, reflexivitás
3. $X \to U$, tranzitivitás + indukciós felt. $F \vdash X \to X_i$ + (2. sor)
4. $X \to V$, tranzitivitás (1. és 3. sor)
5. $V \to A$, reflexivitás, (1. sor)
6. $X \to A$, tranzitivitás, (4. és 5. sor)
7. $F \vdash X \to A$, minden $A \in X_{i+1}$
8. $F \vdash X \to X_{i+1}$

$\Longrightarrow F \vdash X \to X_{\text{utolsó}} \Longrightarrow$ (Lemma) $X_{\text{utolsó}} \subseteq X^+(F)$. $\surd$

Példa:

$R(A, B, C, D)$, $F = \{A \to B,\ B \to C,\ BC \to D\}$, $A^+(F) =?$

$X_0 = \{A\}$, $X_1 = \{A, B\}$, $X_2 = \{A, B, C\}$, $X_3 = \{A, B, C, D\} = X_{\text{utolsó}}$

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

r				$X_{\text{utolsó}}$									
	A_1	…	…				$\overbrace{\ldots\ldots\ldots\ldots}^{X}$				…	…	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 ………………… 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 ………………… 1	1	1	1	0	0	0

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

r							$X_{\text{utolsó}}$						
	A_1	…	…				X				…	…	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

r-ben egyrészt minden F-beli függés teljesül. (Bizonyítás, hasonlóan, mint a teljességi tételnél csak most az kell, hogy ha egy $W \to S$ függés esetén $W \subseteq X_{\text{utolsó}}$, akkor $S \subseteq X_{\text{utolsó}}$ is igaz, az algoritmus működése miatt.)

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

$$\overbrace{\qquad\qquad\overbrace{\qquad\qquad}^{X}\qquad\qquad}^{X_{\text{utolsó}}}$$

r	A_1	…	…				X				…	…	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

r-ben egyrészt minden F-beli függés teljesül. (Bizonyítás, hasonlóan, mint a teljességi tételnél csak most az kell, hogy ha egy $W \to S$ függés esetén $W \subseteq X_{\text{utolsó}}$, akkor $S \subseteq X_{\text{utolsó}}$ is igaz, az algoritmus működése miatt.)

r segítségével azt látjuk be, hogy ha $A \notin X_{\text{utolsó}}$, akkor $A \notin X^+(F)$, ami éppen a kívánt állítás.

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

r	A_1	…	…				X				…	…	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

r-ben egyrészt minden F-beli függés teljesül. (Bizonyítás, hasonlóan, mint a teljességi tételnél csak most az kell, hogy ha egy $W \to S$ függés esetén $W \subseteq X_{\text{utolsó}}$, akkor $S \subseteq X_{\text{utolsó}}$ is igaz, az algoritmus működése miatt.)
r segítségével azt látjuk be, hogy ha $A \notin X_{\text{utolsó}}$, akkor $A \notin X^+(F)$, ami éppen a kívánt állítás.

Ha $A \notin X_{\text{utolsó}} \implies r$ olyan reláció, amiben $X \not\to A$

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{\text{utolsó}}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

r	A_1	…	…				X				…	…	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

r-ben egyrészt minden F-beli függés teljesül. (Bizonyítás, hasonlóan, mint a teljességi tételnél csak most az kell, hogy ha egy $W \to S$ függés esetén $W \subseteq X_{\text{utolsó}}$, akkor $S \subseteq X_{\text{utolsó}}$ is igaz, az algoritmus működése miatt.)
r segítségével azt látjuk be, hogy ha $A \notin X_{\text{utolsó}}$, akkor $A \notin X^+(F)$, ami éppen a kívánt állítás.

Ha $A \notin X_{\text{utolsó}} \implies r$ olyan reláció, amiben $X \not\to A$
ezért $F \not\models X \to A$, hiszen r-ben F minden függése teljesül.

Bizonyítás másik iránya

Állítás. $X^+(F) \subseteq X_{utolsó}$

Bizonyítás: Tekintsük az alábbi kétsoros r relációt: a két sor $X_{\text{utolsó}}$-n egyenlő, azon kívül eltérnek.

r							$X_{\text{utolsó}}$						
							X						
	A_1	...	...				....				...	...	A_n
t_1	1	1	1	1	1	1	1 1	1	1	1	1	1	1
t_2	0	0	0	1	1	1	1 1	1	1	1	0	0	0

r-ben egyrészt minden F-beli függés teljesül. (Bizonyítás, hasonlóan, mint a teljességi tételnél csak most az kell, hogy ha egy $W \to S$ függés esetén $W \subseteq X_{\text{utolsó}}$, akkor $S \subseteq X_{\text{utolsó}}$ is igaz, az algoritmus működése miatt.)
r segítségével azt látjuk be, hogy ha $A \notin X_{\text{utolsó}}$, akkor $A \notin X^+(F)$, ami éppen a kívánt állítás.

Ha $A \notin X_{\text{utolsó}} \implies r$ olyan reláció, amiben $X \nrightarrow A$
ezért $F \nvDash X \to A$, hiszen r-ben F minden függése teljesül.
$\implies$ (az igazság tétel miatt) $F \nvdash X \to A \implies$ (fontos lemma) $A \notin X^+(F)$ $\surd$

Következmények

Következmény. $X^+(F) = X_{utolsó}$, *azaz tényleg jó az algoritmus.*

Következmények

Következmény. $X^+(F) = X_{utolsó}$, *azaz tényleg jó az algoritmus.*

Következmény. *Adott X-ről el lehet dönteni, hogy (szuper)kulcs-e.*

Következmények

Következmény. *$X^+(F) = X_{utolsó}$, azaz tényleg jó az algoritmus.*

Következmény. *Adott X-ről el lehet dönteni, hogy (szuper)kulcs-e.*

Megnézzük, hogy $X^+(F) = R$ igaz-e. Ha igen, akkor szuperkulcs. Ha minden $X - A$-ra már nem szuperkulcsot kapunk, akkor X kulcs.

Következmények

Következmény. *$X^+(F) = X_{utolsó}$, azaz tényleg jó az algoritmus.*

Következmény. *Adott X-ről el lehet dönteni, hogy (szuper)kulcs-e.*

Megnézzük, hogy $X^+(F) = R$ igaz-e. Ha igen, akkor szuperkulcs. Ha minden $X - A$-ra már nem szuperkulcsot kapunk, akkor X kulcs.
Gyorsan implementálható.

Felbontások

Cél: *Adott* (R, F) *sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Felbontások

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$*.*
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

Felbontások

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$.
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(*Megj.: $\bowtie$ asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni*)

Felbontások

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$.
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(Megj.: $\bowtie$ asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni)

Kérdés: mikor nyerhető vissza az infó a felbontásból? Mi általában r és $m_\rho(r)$ viszonya?

Felbontások

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$.
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(*Megj.:* $\bowtie$ *asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni*)

Kérdés: mikor nyerhető vissza az infó a felbontásból? Mi általában r és $m_\rho(r)$ viszonya?

Tétel.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$

Felbontások

Cél: *Adott* (R, F) *sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$*.*
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(Megj.: $\bowtie$ *asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni)*

Kérdés: mikor nyerhető vissza az infó a felbontásból? Mi általában r és $m_\rho(r)$ viszonya?
Tétel.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$

Felbontások

Cél: *Adott (R, F) sémából anomáliát nem tartalmazó olyan felbontás előállítása, amiből ugyanaz az információ nyerhető, mint az eredetiből.*

Definíció. $\rho = (R_1, \ldots, R_k)$ *az* (R, F) *séma felbontása, ha* $R_i \subseteq R$ *és* $\cup_{i=1}^{k} R_i = R$*.*
Ha r *egy* (R, F) *sémára illeszkedő reláció, akkor legyen* $r_i = \pi_{R_i}(r)$ *és*

$$m_\rho(r) := r_1 \bowtie r_2 \bowtie \cdots \bowtie r_k$$

(Megj.: $\bowtie$ asszociatív, így nem kell a zárójelezéssel vesződni)

Kérdés: mikor nyerhető vissza az infó a felbontásból? Mi általában r és $m_\rho(r)$ viszonya?

Tétel.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$:
$m_\rho(r) = \bowtie_{i=1}^{k} r_i = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}(r)$

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$:
$m_\rho(r) = \bowtie_{i=1}^{k} r_i = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}(r)$
$m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right) \overset{(ii)}{=} \bowtie_{i=1}^{k} r_i = m_\rho(r)$

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$:
$m_\rho(r) = \bowtie_{i=1}^{k} r_i = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}(r)$
$m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right) \overset{(ii)}{=} \bowtie_{i=1}^{k} r_i = m_\rho(r)$

Megjegyzés: (i) szerint a szétszedés és összerakás után vagy pont r-t kapom meg, vagy többet kapok, kevesebb sor nem lehet. Ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor ez nem egy túl hasznos felbontás.

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$:
$m_\rho(r) = \bowtie_{i=1}^k r_i = \bowtie_{i=1}^k \pi_{R_i}(r)$
$m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = \bowtie_{i=1}^k \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right) \overset{(ii)}{=} \bowtie_{i=1}^k r_i = m_\rho(r)$

Megjegyzés: (i) szerint a szétszedés és összerakás után vagy pont r-t kapom meg, vagy többet kapok, kevesebb sor nem lehet. Ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor ez nem egy túl hasznos felbontás. De ennél több is igaz: ebben az esetben teljesen reménytelen a felbontásból visszaszerezni r-t: mivel (ii) szerint r és $m_\rho(r)$ (függőleges) vetületei ugyanazok, ezért ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor *van két olyan reláció (r és $m_\rho(r)$), aminek a vetületei ugyanazok $\implies$ a vetületekből nem lehet visszaállítani r-et (nem lehet eldönteni, hogy r vagy $m_\rho(r)$ volt).*

Bizonyítás

Bizonyítás: Ha t egy sor, akkor $\pi_{R_i}(t)$ helyett $t[R_i]$-t írunk.

(i) $r \subseteq m_\rho(r)$:
Ha t egy sor r-ben, akkor t minden vetülete benne van a megfelelő $t[R_i]$-ben, ezek össze is illenek, így $m_\rho(r)$-ben is szerepelni fog t.

(ii) $r_i = \pi_{R_i}(m_\rho(r))$:
$r \subseteq m_\rho(r) \implies r_i = \pi_{R_i}(r) \subseteq \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right)$.
Ha $t \in m_\rho(r)$, akkor ez természetes illesztéssel jött létre, r_i-beli sorokból, így levetítve R_i-re épp r_i egy sorát kapjuk.

(iii) $m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = m_\rho(r)$:
$m_\rho(r) = \bowtie_{i=1}^{k} r_i = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}(r)$
$m_\rho\left(m_\rho(r)\right) = \bowtie_{i=1}^{k} \pi_{R_i}\left(m_\rho(r)\right) \overset{(ii)}{=} \bowtie_{i=1}^{k} r_i = m_\rho(r)$

Megjegyzés: (i) szerint a szétszedés és összerakás után vagy pont r-t kapom meg, vagy többet kapok, kevesebb sor nem lehet. Ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor ez nem egy túl hasznos felbontás. De ennél több is igaz: ebben az esetben teljesen reménytelen a felbontásból visszaszerezni r-t: mivel (ii) szerint r és $m_\rho(r)$ (függőleges) vetületei ugyanazok, ezért ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor *van két olyan reláció (r és $m_\rho(r)$), aminek a vetületei ugyanazok $\implies$ a vetületekből nem lehet visszaállítani r-et (nem lehet eldönteni, hogy r vagy $m_\rho(r)$ volt).*

Következmény: ha $r \neq m_\rho(r)$, akkor sehogyan se lehet visszahozni r-t a vetületekből.

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Definíció. *Adott (R, F). Ennek ρ felbontása **hűséges (veszteségmentes, lossless)**, ha minden (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$.*

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r	A	B	C
	a	c	e
	a	d	f
	b	c	g
	b	d	h

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Definíció. *Adott* (R, F). *Ennek* ρ *felbontása* ***hűséges (veszteségmentes, lossless)****, ha minden* (R, F)*-re illeszkedő* r *relációra* $r = m_\rho(r)$.

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r: A	B	C
a	c	e
a	d	f
b	c	g
b	d	h

s: A	B
a	c
a	d
b	c
b	d

t: B	C
c	e
d	f
c	g
d	h

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Definíció. *Adott (R, F). Ennek ρ felbontása **hűséges (veszteségmentes, lossless)**, ha minden (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$.*

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r	A	B	C
	a	c	e
	a	d	f
	b	c	g
	b	d	h

s	A	B
	a	c
	a	d
	b	c
	b	d

t	B	C
	c	e
	d	f
	c	g
	d	h

$s \bowtie t$	A	B	C
	a	c	e
	a	c	g
	a	d	f
	a	d	h
	b	c	e
	b	c	g
	b	d	f
	b	d	h

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Definíció. *Adott* (R, F)*. Ennek* ρ *felbontása* ***hűséges (veszteségmentes, lossless)****, ha minden* (R, F)*-re illeszkedő* r *relációra* $r = m_\rho(r)$*.*

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r: A	B	C
a	c	e
a	d	f
b	c	g
b	d	h

s: A	B
a	c
a	d
b	c
b	d

t: B	C
c	e
d	f
c	g
d	h

$s \bowtie t$: A	B	C
a	c	e
a	c	g
a	d	f
a	d	h
b	c	e
b	c	g
b	d	f
b	d	h

Ez a példa mutatja, hogy $r \neq s(A, B) \bowtie t(B, C)$, azaz ez a felbontás nem hűséges.

Hűséges felbontás

Tehát az a kérdés, hogy mik azok a felbontásai egy (R, F) sémának, amik esetén tetszőleges (R, F)-re illeszkedő r relációra $r = m_\rho(r)$

Definíció. *Adott* (R, F). *Ennek* ρ *felbontása* ***hűséges (veszteségmentes, lossless)****, ha minden* (R, F)*-re illeszkedő* r *relációra* $r = m_\rho(r)$.

Példa: Legyen (R, F) a következő: $R(A, B, C)$, $F = \{C \to A\}$ és legyen r az alábbi reláció.

r	A	B	C
	a	c	e
	a	d	f
	b	c	g
	b	d	h

s	A	B
	a	c
	a	d
	b	c
	b	d

t	B	C
	c	e
	d	f
	c	g
	d	h

$s \bowtie t$	A	B	C
	a	c	e
	a	c	g
	a	d	f
	a	d	h
	b	c	e
	b	c	g
	b	d	f
	b	d	h

Ez a példa mutatja, hogy $r \neq s(A, B) \bowtie t(B, C)$, azaz ez a felbontás nem hűséges.

De $r = s'(A, C) \bowtie t'(B, C)$, majd látjuk.