Nehezebb, plusz pontért beadható feladatok

Minden helyes és megfelelő indokolással ellátott megoldás egy ponttal növeli az átlagot, amit a két zh (ill. esetleg pótzh) eredményéből számolunk. Ezek az extra pontok csak akkor számítanak, ha nélkülük is sikerült az elégséges szintet elérni, meghaladni. A beadási határidő feladatonként eltérő, a megoldásokat emailben pdf-ben vagy papíron az előadáson, esetleg a tanszéki adminisztrációban lehet beadni. Néhány feladat megoldása (némi keresgélés után) megtalálható az interneten, de onnan kinézni és úgy beadni csalás, kérem ne tegyék ezt! Ugyanez vonatkozik a „mástól szerzett" megoldásokra is.

---

9. *Beadható nov.29-i előadás kezdetéig:*
   Igazolja, hogy ha $L \in P$, akkor $L^* \in P$.
   Vigyázat, egy n hosszú szónak exponenciálisan sok lehetséges felosztása van!
   (Elegendő egy algoritmust vázolni, nem kell a Turing-gép szintjén, átmenetekkel, szalagokkal megadni.)

8. *Beadható nov.29-i előadás kezdetéig:*
   Igazolja, hogy ha $L \in NP$, akkor $L^* \in NP$.
   (Elegendő egy „nemdeterminisztikus algoritmust" vázolni, nem kell a Turing-gép szintjén, átmenetekkel, szalagokkal megadni.)

7. ***Beadható a nov.22-i előadás kezdetéig:***
   Álljon az L nyelv az olyan Turing-gépek w kódjából, hogy M_w nem fogadja el a w szót $|w|^2$ lépésen belül (később esetleg igen). Igazolja, hogy ez az L nyelv rekurzív, de nem ismerhető fel n^2 időben!

6. ***Beadható a nov. 22-i előadás kezdetéig:***
   Legyen $M = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta, F)$ egy 1 szalagos Turing-gép (lehet nemdeterminisztikus is). Az $E'(M)$ nyelv álljon az olyan $w_1 \# w_2^{-1}$ sorozatokból, ahol $w_i \in (\Gamma \cup Q)^*$ a gép egy lehetséges konfigurációja, w_2 egy a w_1-ből egy lépésben előálló konfiguráció, w_2^{-1} a w_2 karaktersorozat megfordítottját jelöli és $\# \notin \Gamma \cup Q$,

   Adjon meg egy CF nyelvtant, ami ezt az $E'(M)$ nyelvet generálja.
   (Ez annyiban különbözik az órán szerepelt nyelvtől, hogy itt csak M egyetlen lépésének megfelelő konfigurációpárokat tekintünk.)

5. *Beadható a nov. 8-i előadás kezdetéig:*
   Hogyan lehet az M Turing-gép w kódjából és az adott x bemenetből olyan w_x kódot előállítani, hogy az M_{w_x} gép az üres bemeneten pontosan akkor álljon meg, ha az $M = M_w$ gép az x bemeneten megáll? (Egy bizonyításban használtuk, hogy ez megtehető.)
   Nem szükséges a Turing-gépek kódjaival foglalkozni, elegendő vázolni (és megmagyarázni), hogy mik legyenek az új Turing-gép állapotai, hogyan változzon az átmeneti függvény, stb.

4. *Beadható az okt.4-i előadás kezdetéig (módosított határidő):*
   Adjon (tetszőleges osztályú) nyelvtant arra az $L \subseteq \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ nyelvre, mely az olyan szavakból áll, ahol a `0`-k száma különbözik az `1`-ek számától! (Természetesen a nyelvtan helyességét indokolni is kell.)

3. *Beadható az okt. 4-i előadás kezdetéig (módosított határidő):*
   Az $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ *teljes* determiniszikus véges automatához definiáljuk az $M^f = (Q^f, \Sigma, \delta^f, q_0^f, F^f)$ megfordított automatát, amiben $Q^f = Q \cup \{q_0^f\}$, az átmenetek fordított irányban mennek, azaz minden $q \in Q$ állapotra $\delta^f(q, a) = \{r : \delta(r, a) = q\} \subseteq Q$, és $\delta^f(q_0^f, a) = \{r : \delta(r, a) \in F\} \subseteq Q$. Az egyetlen elfogadó állapot az eredeti kezdőállapot, tehát $F^f = \{q_0\}$.

   Tegyük fel, hogy M-ben minden állapot elérhető a kezdőállapotból. Az M^f NVA-ból is hagyjuk el a kezdőállpotából nem elérhető állapotokat, majd determinizáljuk az így kapott automatát, ennek eredményét jelölje M'.

   Igazolja, hogy ez az M' egy miniálautomata! (Melyik nyelvhez?)

   Hogyan lehet az M'-ből megkapni az $L = L(M)$ nyelvhez tartozó minimálautomatát?

2. *Beadható a szept. 13-i előadás kezdetéig:*
   Legyen $\Sigma = \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}$. Adjon meg egy 15-nél kevesebb állapotú olyan nemdeterminisztikus véges automatát, ami minden legalább 15 hosszú szót elfogad, de a 14 hosszú szavak közül egyet sem! (A rövidebb szavakra mindegy, mit csinál.)

1. *Beadható a szept. 13-i előadás kezdetéig:*
   Minden $x, y \in \{\mathtt{0}, \mathtt{1}\}^*$ szópárra, ahol $|x| = 15$ és $|y| = 45$, adjon meg egy legfeljebb 8 állapotú olyan $M_{x,y}$ teljes, determinisztikus véges automatát, ami az x és y szavak közül az egyiket elfogadja, a másikat nem! (A többi szónál mindegy mit csinál, és az is, hogy ebből a két adott szóból melyiket fogadja el.)