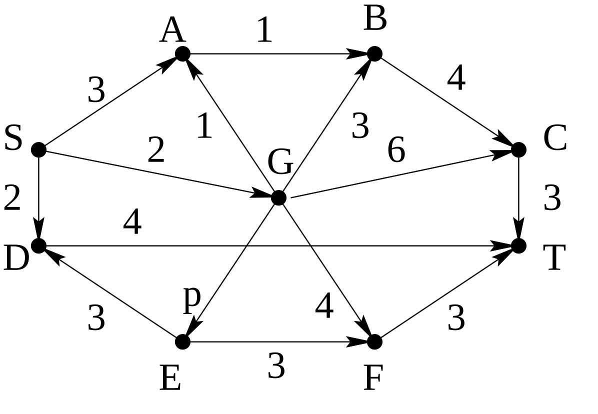
Bevezetés a számításelméletbe II.
Vizsgazárthelyi feladatok
2001. május 24.

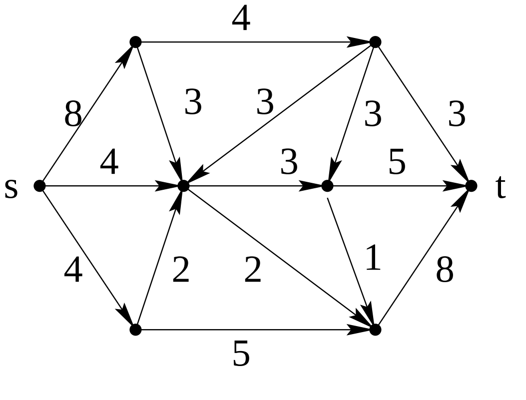
1. Legyen G a $V = \{p_1, p_2, \ldots, p_{2001}\}$ ponthalmazon egy olyan egyszerű gráf, amelyben $\{p_i, p_j\} \in E$ pontosan akkor teljesül, ha $|i - j| \leq 2$.
   a) Van-e G-ben Euler-kör vagy Euler-út?
   b) Van-e G-ben Hamilton-kör vagy Hamilton-út?

2. Legyen $V = \{1, 2, \ldots, 74\}$ a H gráf ponthalmaza, az i és j pontok között akkor menjen él, ha $i + j$ és 74 relatív prímek. Határozzuk meg a $\chi(H)$, $\alpha(H)$, $\nu(H)$, $\rho(H)$, $\tau(H)$ értékeket!

3. Állapítsuk meg, hogy a p paraméter függvényében mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



4. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamot!



5. Bizonyítsuk be, hogy ha a k-szorosan pontösszefüggő G gráf egy élét elhagyjuk, akkor a kapott G' gráf $(k-1)$-szeresen pontösszefüggő lesz.

6. Legyen a páratlan b pedig páros szám. Igazoljuk, hogy ha $a^2 + b^2$ négyzetszám, akkor b osztható néggyel!

7. Oldjuk meg a $\;2001x \equiv 3 \pmod{12}\;$ kongruenciát!

8. A 2001 rendű G csoportnak H egy 69 rendű részcsoportja. Bizonyítsuk be, hogy ha H normálosztó G-ben, akkor a G/H faktorcsoport kommutatív!

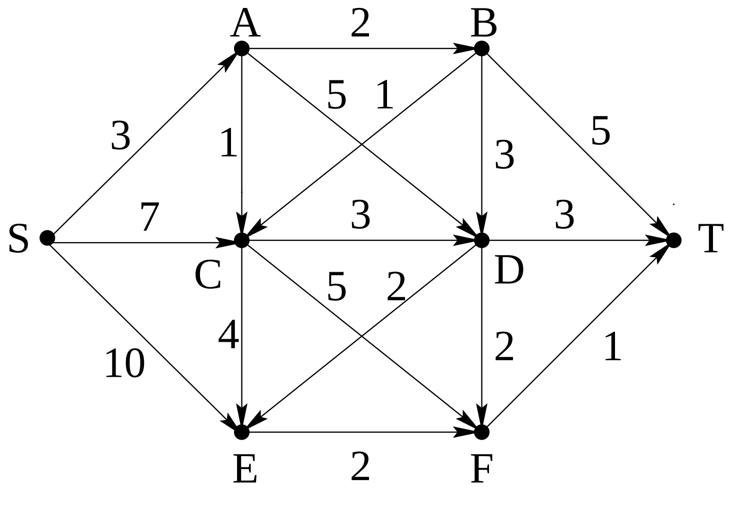
Bevezetés a számításelméletbe II.
Vizsgazárthelyi feladatok
2001. május 30.

1. Legyen $V = \{1, 2, \ldots, 74\}$ a H gráf ponthalmaza, az i és j pontok között akkor menjen él, ha $i + j$ és 74 relatív prímek és $i \neq j$. Van-e H-ban Hamilton-kör?

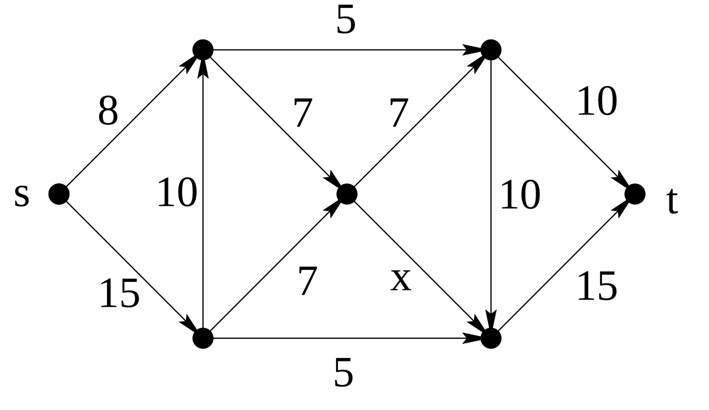
2. Legyen G a $V = \{p_1, p_2, \ldots, p_{2001}\}$ ponthalmazon az a gráf, amelyben $\{p_i, p_j\} \in E$ pontosan akkor teljesül, ha $0 < |i - j| \leq 2$. Határozzuk meg $\chi(G)$ értékét!

3. Legyen G egy olyan egyszerű gráf, amelynek 1000 csúcsa van és minden csúcs fokszáma legalább 6. Igazoljuk, hogy $\nu(G) \geq 6$.

4. Állapítsuk meg, hogy mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



5. Az alábbi hálózatban az x paraméter értékétől függően adjunk meg egy maximális folyamot!



6. Legyen a egy 2001-hez relatív prím egész szám. Bizonyítsuk be, hogy ekkor $(a^{28} - 1)(a^{24} - a^{22} - a^2 + 1)$ osztható 2001-gyel! (2001 prímfelbontása: $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$)

7. Oldjuk meg az $56x \equiv 28 \pmod{36}$ kongruenciát!

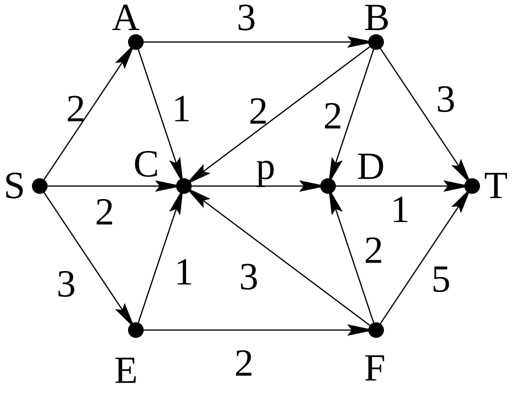
8. Legyen a G csoport elemeinek halmaza $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, a művelet a $\pmod 7$ szorzás. Igazoljuk, hogy a G csoport ciklikus!

Bevezetés a számításelméletbe II.
Vizsgazárthelyi feladatok
2001. június 13.

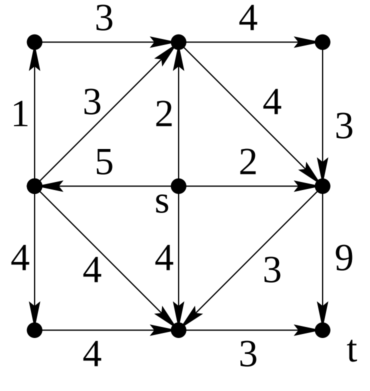
1. Legyen G a $V = \{p_1, p_2, \ldots, p_{2001}\}$ ponthalmazon az a gráf, amelyben $\{p_i, p_j\} \in E$ pontosan akkor teljesül, ha $0 < |i - j| \leq 2$. Határozzuk meg G élkromatikus számát, azaz $\chi_e(G)$ értékét!

2. Legyen G_0 egy irányított gráf. A G_1 gráfot úgy kaptuk G_0-ból, hogy néhány él irányítását megfordítottuk. Jelölje B_0, illetve B_1 a két gráf illeszkedési mátrixát (a csúcsokat és az éleket ugyanolyan sorrendben vettük mindkét esetben). Bizonyítsuk be, hogy $B_0 B_0^T = B_1 B_1^T$.

3. Állapítsuk meg, hogy a p paraméter függvényében mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



4. Az alábbi hálózatban adjunk meg egy maximális folyamot!



5. Az n pontú egyszerű G gráfban minden olyan $a \neq b$ csúcsra melyek nincsenek éllel összekötve teljesül, hogy $d(a) + d(b) \geq n + 1$. Igazoljuk, hogy G minden e éléhez van e-n átmenő Hamilton-kör! ($d(a)$ az a pont fokszámát jelöli.)

6. Bizonyítsuk be, hogy ha a egy páratlan pozitív egész szám, akkor $a^4 - 26a^2 + 25$ osztható 64-gyel!

7. Oldjuk meg a $168x \equiv 84 \pmod{48}$ kongruenciát!

8. Legyen G egy 2001 rendű csoport és $g \in G$ egy 23-rendű eleme. Határozzuk meg g^2 rendjét! (2001 prímfelbontása: $2001 = 3 \cdot 23 \cdot 29$)

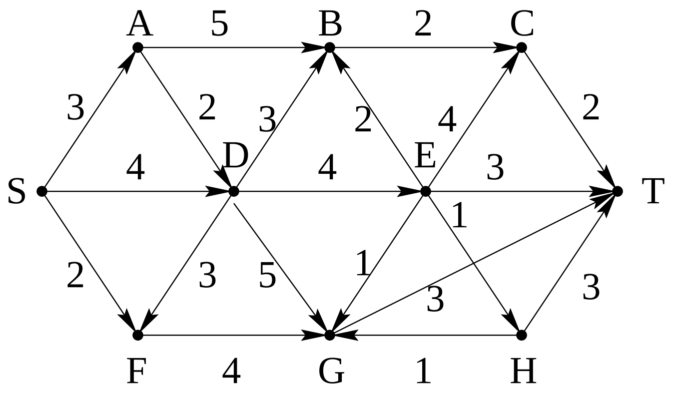
Bevezetés a számításelméletbe II.
Vizsgazárthelyi feladatok
2001. június 27.

1. Legyen G a $V = \{p_1, p_2, \ldots, p_{2001}\}$ ponthalmazon az a gráf, amelyben $\{p_i, p_j\} \in E$ pontosan akkor teljesül, ha $0 < |i - j| \leq 2$. Határozzuk meg az $\alpha(G)$, $\nu(G)$, $\rho(G)$, $\tau(G)$ értékeket!

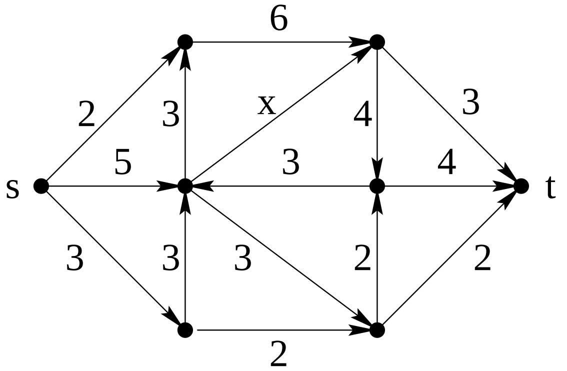
2. Legyen $V = \{1, 2, \ldots, 74\}$ a H gráf ponthalmaza, az i és j pontok között akkor menjen él, ha $i+j$ és 74 relatív prímek és $i \neq j$. Határozzuk meg $\chi_e(H)$ értékét!

3. A G egyszerű gráfnak legyen A a szomszédossági mátrixa. Határozzuk meg az összes olyan G gráfot, amelyre az $A^2 + A - E$ mátrixban mindenhol 1 áll. (E az egységmátrixot jelöli.)

4. Állapítsuk meg, hogy mennyi a feladat elvégzéséhez minimálisan szükséges idő az alábbi PERT diagram által leírt munkafolyamatnál! Melyek a kritikus tevékenységek?



5. Az alábbi hálózatban az x paraméter értékétől függően adjunk meg egy maximális folyamot!



6. Bizonyítsuk be, hogy három szomszédos egész szám köbének összege osztható 9-cel!

7. Oldjuk meg a $40x \equiv 24 \pmod{16}$ kongruenciát!

8. Legyen a G csoport elemeinek halmaza $\{1, 5, 7, 11\}$, a művelet a $\pmod{12}$ szorzás. Ciklikus-e a G csoport?