

A Számítástudomány alapjai

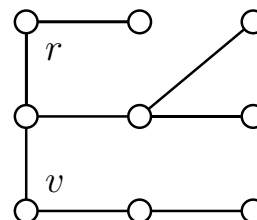
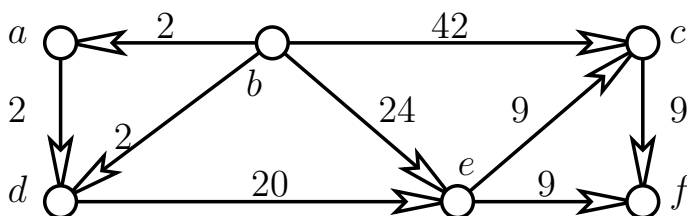
1. ZH 2022. XI. 3. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat **első** lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, a két ZH összpontszáma pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

1. Lehet-e néhány lépésben egy 42 összefüggő komponensből álló, 88 csúcsú, 111 élű gráfból összefüggő gráfot képezni, ha minden lépésben két élt törölünk és egy élt húzunk be? (Korábban törölt él is behúzható.)
 2. Legfeljebb mennyivel csökken a minimális költségű feszítőfa költsége, ha a bal oldali ábrán látható gráf egyetlen élt törölhetjük, és ugyanilyen költséggel két tetszőleges csúcs között felvehetünk egy új élt? (Az élek irányításától tekintsünk el.)
 3. Legfeljebb mennyi lehet a v csúcs fokszáma az irányítatlan G gráfban, ha a jobb oldali ábrán a G egy r -gyökerű BFS-fája látható?
 4. Határozzuk meg a bal oldali ábrán látható PERT probléma minimális végrehajtási idejét! DAG-ot kapunk-e akkor, ha a cf él irányítását megfordítjuk? Ha igen, akkor mennyi lesz az így kapott PERT probléma minimális végrehajtási ideje?
 5. A G gráfnak 3 piros, 3 fehér és 5 zöld csúcsa van. Minden piros csúcs össze van kötve minden fehér csúccsal, minden zöld csúcs össze van kötve minden más zöld csúccsal, és más él nincs G -ben. Legkevesebb hány élt kell behúzni G -be az egyszerűség megtartásával ahhoz, hogy az így kapott gráfnak legyen Euler-körsétája?
- $\boxed{\star}$ Legkevesebb hány élt kell behúzni a bal oldalon látható gráf irányítatlan változatába ahhoz, hogy a kapott gráf ne legyen síkbarajzolható?



Gyakorlatok: Nguyen Hai (11, 15, IB138), Szakács Lili Kata (12, 16, IB139), Vékássy Áron (13, 17, IB140), Vidor Sára (14, IB145), Drótos Márton (18, IB145), Varga Kitty (11, IE218), Fleiner Tamás (12, IE218).

A Számítástudomány alapjai

2. ZH 2022. XII. 1. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

- Oldjuk meg az itt látható egyenletrendszert. Legfeljebb mennyi lehet egy megoldásban az x_2 ismeretlen értéke, ha $x_4 \leq 13$?
$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + 2x_3 &= 4 \\2x_1 + 3x_2 + 4x_3 - 3x_4 &= 11 \\2x_1 + x_2 + 4x_3 + 3x_4 &= 5 \\x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 12x_4 &= -8\end{aligned}$$
 - Tegyük fel, hogy $\underline{0} \neq \underline{u} \in \langle \underline{u}_1, \dots, \underline{u}_k \rangle \cap \langle \underline{v}_1, \dots, \underline{v}_\ell \rangle$. Bizonyítsuk be, hogy az $\{\underline{u}_1, \dots, \underline{u}_k, \underline{v}_1, \dots, \underline{v}_\ell\}$ vektorok nem lineárisan függetlenek.
 - Bázist alkotnak-e $\mathbb{R}^3$ -ban a $\underline{v}_1 = (-1, 2, 7)^\top$, $\underline{v}_2 = (1, -3, -6)^\top$ és $\underline{v}_3 = (5, 42, 3)^\top$ vektorok?
 - Tegyük fel, hogy az $A \in \mathbb{R}^{42 \times 42}$ mátrixnak minden olyan eleme 42, ami közvetlenül a főátló alatt vagy felett áll, A minden más eleme 0. Határozzuk meg az $|A|$ determináns értékét!
 - Tetszőleges $\underline{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$ vektorra legyen $f(\underline{u}) = \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_1 \end{pmatrix}$ valamint $F(\underline{u}) := 42f(\underline{u}) - f(f(\underline{u}))$. Lineáris leképezés-e az $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ függvény? Ha igen, akkor adjuk meg a leképezés $[F]$ mátrixát!
- $\boxed{\star}$ Legyen $f(p) := \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 1 & 4 \\ p & 1 & 42 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & -6 \end{vmatrix}$. Számítsuk ki az $f(42) - f(41)$ értéket.

Gyakorlatok: Nguyen Hai (11, 15, IB138), Szakács Lili Kata (12, 16, IB139), Vékássy Áron (13, 17, IB140), Vidor Sára (14, IB145), Drótos Márton (18, IB145), Varga Kitty (I1, IE218), Fleiner Tamás (I2, IE218).

A Számítástudomány alapjai

2. pZH 2022. XI. 21. 18h

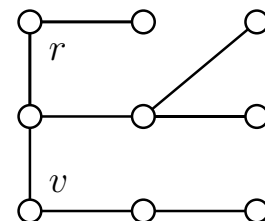
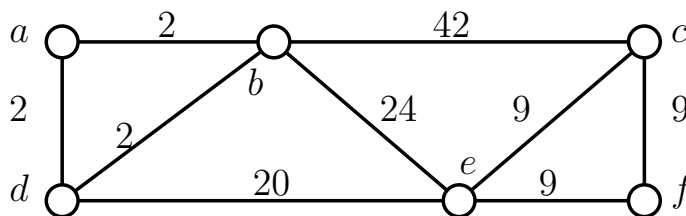
A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\star$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Jó munkát!

Feladatok

1. Legfeljebb mennyivel növelhető a minimális költségű feszítőfa költsége, ha a bal oldali ábrán látható G gráf egyetlen élét törölhetjük, és ugyanolyan költséggel két csúcs között behúzzhatunk egy új élt, ami akár G egy élével párhuzamos is lehet?
 2. Legfeljebb mennyi lehet a v csúcs fokszáma az irányítatlan, egyszerű G gráfban, ha a jobb oldali ábrán G egy r -gyökerű DFS-fája látható?
 3. Legfeljebb hány éle lehet az egyszerű, irányított G gráfnak, ha G -nek a, b, c, d, e és d, b, c, a, e is topologikus sorrendje?
 4. A G gráfnak 3 piros, 3 fehér és 5 zöld csúcsa van. Minden piros csúcs össze van kötve minden fehér csúccsal és minden zöld csúcs össze van kötve minden más zöld csúccsal, más él nincs G -ben. Van-e G -nek Hamilton-köre? Ha nincs, akkor legkevesebb hány élt kell behúzni G -be ahhoz, hogy a kapott gráfnak legyen Hamilton-köre?
 5. Tekintsünk egy kockát és annak egy testátlóját. Legyenek a G gráf csúcsai a kocka csúcsai, és két csúcs között akkor fusson él G -ben, ha a csúcsok a kocka egy élének vagy a kijelölt tetstátlójának a végpontjai. Síkbarajzolható-e az így definiált G gráf?
- $\star$ Lehet-e néhány lépésben egy 42 komponensből álló, 77 csúcsú, 66 élű egyszerű gráfból körmentes, egyszerű gráft képezni, ha minden lépésben egy élt törölünk és két élt húzzunk be? (Korábban törölt él is behúzzható.)



Gyakorlatvezetők és gyakorlatok: Nguyen Hai (11, 15, IB138), Szakács Lili Kata (12, 16, IB139), Vékassy Áron (13, 17, IB140), Vidor Sára (14, IB145), Drótos Márton (18, IB145), Varga Kitty (11, IE218), Fleiner Tamás (12, IE218).

A Számítástudomány alapjai

2. ZH 2022. XII. 14. 10h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** és a mai dátumot a dolgozat **első** lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

- Van-e olyan megoldása az alábbi lineáris egyenletrendszernek, amiben az x_2 változó értéke pontosan 2-szerese az x_3 változóénak?
$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 &= 10 \\x_1 + x_2 + 4x_4 &= 3 \\4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 11x_4 &= 22\end{aligned}$$
- Adjunk meg egy olyan lineáris egyenletrendszert, aminek a megoldásainak halmaza pontosan az $(1, -1, 2)^\top$, $(-1, 4, -4)^\top$, $(3, 3, 2)^\top$ vektorok által generált $V \leq \mathbb{R}^3$ altér!
- Legyen $\underline{b}_1 = (1, 3, -2)^\top$, $\underline{b}_2 = (2, 1, 1)^\top$ mellett $B = \{\underline{b}_1, \underline{b}_2\}$ a $V \leq \mathbb{R}^3$ altér bázisa. Határozzuk meg az $\underline{v} = (1, -7, 8)^\top \in V$ vektor B bázis szerinti $[\underline{v}]_B$ koordinátavektorát!
- A p paraméter milyen értékére lesz a $\begin{vmatrix} 1 & 2 & p & p \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & 3 & 3 \\ p & 0 & 2 & p \end{vmatrix}$ determináns 42?
- Legyen $\underline{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^4$ esetén $f(\underline{u}) = \begin{pmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_1 \end{pmatrix}$ és $g(\underline{u}) = \begin{pmatrix} u_2 \\ u_1 \\ u_4 \\ u_3 \end{pmatrix}$. Lineáris leképezés-e az $F(\underline{u}) = g(f(\underline{u}))$ függvény? Ha igen, akkor adjuk meg a leképezés $[F]$ mátrixát!
- $\boxed{\star}$ Legyen $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ és $C = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 42 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$. Van-e olyan $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ mátrix, amire $AB = C$? Ha van, akkor számítsuk ki $|B|$ -t!

Gyakorlatok: Nguyen Hai (11, 15, IB138), Szakács Lili Kata (12, 16, IB139), Vékássy Áron (13, 17, IB140), Vidor Sára (14, IB145), Drótos Márton (18, IB145), Varga Kitty (I1, IE218), Fleiner Tamás (I2, IE218).