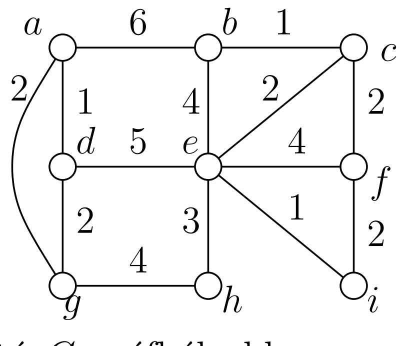
A Számítástudomány alapjai

1. ZH 2021. XI. 5. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

1. 456 piréz óvodás piros lámpa, zöld lámpa játékkal dönti el, hogy ki vehet részt az 50 évente rendezett kanászati világkiállítás bejáratánál felállított óriásmozaik elkészítésében, ami a csodatévő ártányt ábrázolja, csillogó mangalicapikkelyekből kirakva. Az nyer, aki a játék ideje alatt nem esik ki és áthalad a célvonalon. Tudjuk, hogy 42 nyertes lett, a nyertesek különböző időpontokban haladtak át a célvonalon, és a 456-os számú játékos nyert, a 42-es számú viszont kiesett. Ezen feltételek mellett a nyertesek hányféle sorrendben léphették át a célvonalat?
2. Tegyük fel, hogy a 15-csúcsú, egyszerű G gráf élei úgy vannak piros, fehér és zöld színre színezve, hogy a piros élek egy feszítőfát, a fehérek pedig Hamilton-kört alkotnak. Mennyi a zöld élek száma, ha a $\overline{G}$ komplementernek épp 34 éle van?
3. Van-e olyan b-ből indított DFS bejárása az ábrán látható G gráfnak, ami után az eb, ed és ef élek mindegyike faél lesz? (Az élekre írt számoktól tekintsünk el.)
4. Van-e az ábrán látható G gráfnak olyan feszítőfája, ami az f csúcsból minden más csúcsba tartalmazza a G egy legrövidebb útját? Ha igen, adjunk meg egy ilyen feszítőfát.
(Az élekre írt számok most az élek hosszait jelentik.)



5. Legkevesebb hány élt kell törölni az ábrán látható G gráfból ahhoz, hogy a kapott G' gráfnak legyen Euler-sétája? (Az élekre írt számoktól tekintsünk el.)

$\boxed{\star}$ Az ábrán látható G gráf kilenc várost és az azokat összekötő utakat mutatja. Úgy szeretnénk újraaszfaltozni néhány útszakaszt, hogy bármely városból bármely másik városba el lehessen jutni újraaszfaltozott útvonalon, de ehhez a lehető legkevesebb aszfaltra legyen szükség. Hogyan végezzük el ezen feltétel mellett a felújítást, ha azt is el szeretnénk érni, hogy az a városból c-be vezető felújított útvonal a lehető legrövidebb legyen? (Az élekre írt számok az adott útszakasz hosszát jelentik, az aszfaltozáshoz szükséges mennyiség pedig a hosszal arányos.)

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok: Horváth Bálint (11, 17, IB139), Nguyen Tuan Hai (12, 18, IB138), Vékássy Áron (13, 20, IB140), Dorogi Imre (14, IB145), Tóth Sára (19, IB146), Schwarcz Tamás (I3, IB147), Fleiner Tamás (I1, I2, IE218).

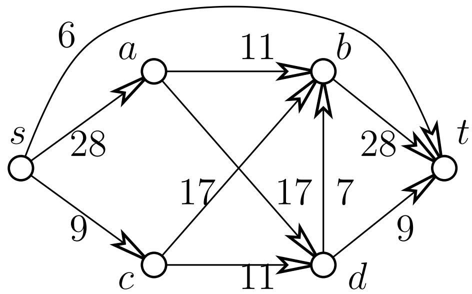
A Számítástudomány alapjai

2. ZH 2021. XII. 3. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

1. Határozzuk meg az ábrán látható G gráf kromatikus számát, és állapítsuk meg, hogy egyetlen további él behúzásával elérhető-e, hogy a kapott G' gráf kromatikus számára $\chi(G') = \chi(G) + 1$ teljesüljön. (Az élekre írt számoktól és az élek irányításától tekintsünk el.)
2. Keressünk az ábrán látható hálózatban maximális nagyságú st-folyamot. Változik-e a maximális folyamnagyság akkor, ha a cb él kapacitását $\sqrt{2}$-vel megnöveljük?



3. Tegyük fel, hogy a 100 csúcsú $G = (A + B, E)$ páros gráf A és B színosztályára is teljesül a Hall-feltétel. Határozzuk meg a lefogó ponthalmaz minimális méretét, $\tau(G)$-t.
4. Síkbarajzolható-e az ábrán látható G gráf? (Az élekre írt számoktól és az élek irányításától tekintsünk el.)
5. Hány olyan x egész szám van, amire egyaránt teljesül, hogy $42x \equiv 24$ (100) és hogy $42 \leq x < 4242$?

$\boxed{\star}$ Bizonyítsuk be, hogy bárhogyan is színezzük ki a K_{42} teljes gráf éleit 7 színnel, biztosan található benne a $K_{3,3}$-nak vagy a K_5-nek olyan soros bővítése, amelynek minden éle ugyanolyan színt kapott.

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok: Horváth Bálint (11, 17, IB139), Nguyen Tuan Hai (12, 18, IB138), Vékássy Áron (13, 20, IB140), Dorogi Imre (14, IB145), Tóth Sára (19, IB146), Schwarcz Tamás (I3, IB147), Fleiner Tamás (I1, I2, IE218).

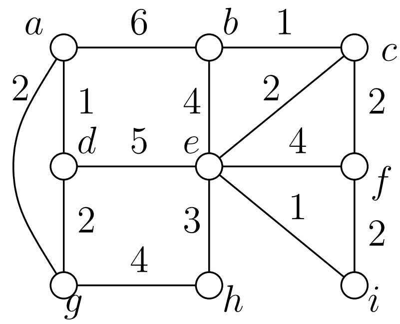
A Számítástudomány alapjai

1. pZH 2021. XII. 15. 10h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

1. 9 piréz óvodás kkanbu játékot játszik, ezért 4 párt alkot. Minden párból az egyik játékos győz, a másik veszít. (Természetesen az egyik óvodás pár nélkül marad, nem játszik.) Hányféleképp lehet kialakítani az egymás ellen játszó párokat, ha tudjuk, hogy a 456-os jelű óvodásnak van párja, de az nem a 067-es jelű, aki szintén a 9 óvodás egyike?
2. Tegyük fel, hogy a K_{12} teljes gráf minden élét úgy színeztük a piros, fehér vagy zöld színek valamelyikére, hogy minden csúcsra pontosan 5 piros él illeszkedik, és a fehér élek a K_{12} egy feszítőfáját alkotják. A zöld élek pedig úgy vannak irányítva, hogy minden v-től különböző csúcsból pontosan két zöld él vezet ki. Hány zöld él lép ki a v csúcsból?
3. Van-e az alábbi G gráfnak olyan, f gyökérből indított szélességi bejárása, amelyik során ag faél? (Az élekre írt számoktól tekintsünk el.)
4. Határozzuk meg az ábrán látható G gráfban a $dist(v, a)$ távolságot G minden $v \neq a$ csúcsára. Lehetséges-e úgy irányítani G gráf éleit, hogy minden $v \neq a$ csúcs esetén legyen olyan irányított út v-ből a-ba, aminek az irányítatlan változata G egy legrövidebb va-útja? (Az élekre írt számok az élek hosszait jelentik.)



5. Van-e az ábrán látható G gráfnak olyan Hamilton-köre, ami nem tartalmazza az ab élt? (Az élekre írt számoktól tekintsünk el.)

$\boxed{\star}$ Legfeljebb mennyivel tud növekedni az ábrán látható gráf minimális költségű feszítőfájának költsége akkor, ha a gráf egy tetszőlegesen választott élének költségét tetszőlegesen megváltoztatjuk? (Az élekre írt számok az adott él költségét jelentik.)

A Számítástudomány alapjai

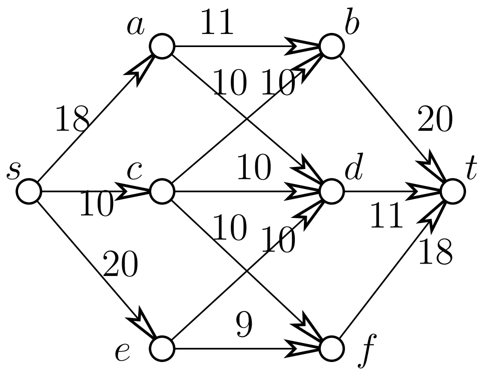
2. pZH 2021. XII. 15. 10h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és helyesen tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$-gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 pont feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá. Jó munkát!

Feladatok

1. Határozzuk meg az ábrán látható G gráf kromatikus számát, és állapítsuk meg, hogy egyetlen él törlésével elérhető-e, hogy a kapott G' gráf kromatikus számára $\chi(G') = \chi(G) - 1$ teljesüljön. (Az élekre írt számoktól és az élek irányításától tekintsünk el.)

2. Keressünk az ábrán látható hálózatban maximális nagyságú st-folyamot. Változik-e a maximális folyamnagyság akkor, ha a cd él kapacitását π-vel csökkentjük?



3. Tegyük fel, hogy a G páros gráfban $\alpha(G) = 21 = \nu(G)$ teljesül a független pontok ill. a független élek maximális számára. Hány csúcsa van G-nek?

4. Síkbarajzolható-e az ábrán látható G gráf? (Az élekre írt számoktól és az élek irányításától tekintsünk el.)

5. Hány olyan $1 < m$ egész szám van, amire teljesül a $42 \equiv 4242(m)$ kongruencia?

$\boxed{\star}$ Tegyük fel, hogy a G gráfnak $|V(G)| = 42$ csúcsa van, és kromatikus száma $\chi(G) = 24$. Bizonyítsuk be, hogy G-nek van olyan e éle, amire $\chi(G - e) = 23$.

Gyakorlatok: Horváth Bálint (11, 17, IB139), Nguyen Tuan Hai (12, 18, IB138), Vékássy Áron (13, 20, IB140), Dorogi Imre (14, IB145), Tóth Sára (19, IB146), Schwarcz Tamás (I3, IB147), Fleiner Tamás (I1, I2, IE218).