

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

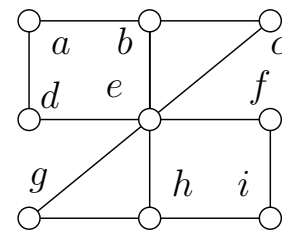
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát vagy gyakorlatának időpontját** a dolgozat **első** lapjának jobb felső sarkában olvashatóan és **helyesen** tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így egyaránt tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. **Mobiltelefon még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A \star -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Feladatok

- Hányféleképp lehet sorba rendezni az OSZLOPALKAT szóban található 11 betűt úgy, hogy a sorrend ne a LAKATOS szóval kezdődjön? (Az azonos betűket nem különböztetjük meg.)
- A G irányítatlan gráfnak nyolc csúcsa van: a, b, c, d, e, f, g, h . Ezek fokszámai rendre 6, 4, 4, 2, 2, 2, 1, 1. A G éleinek egy alkalmas irányításával létrejövő G' irányított gráfban a fenti csúcsokból rendre $D, 3, 1, 1, 2, 1, 0, 0$ él lép ki. Határozzuk meg D értékét!

- Hány csúcsa van az F fának, ha F -nek pontosan két nyolcadadfokú és tizenhárom negyedfokú csúcsa van, és F minden más csúcsa levél?

- Indítsunk az ábrán látható G gráf d csúcsából szélességi bejárást és határozzuk meg a hozzá tartozó szélességi fát. Végrehajtható-e a fent említett BFS úgy, hogy bc faél legyen?



- A mellékelt táblázat a Dijkstra algoritmus lefutását mutatja a G irányítatlan gráfon. Az egyes sorok az adott fázis utáni (r, ℓ) -felső becsléseket adják meg. Határozzuk meg, milyen sorrendben kerültek be az egyes csúcsok a KÉSZ halmazba, azaz adjuk meg G csúcsainak az algoritmus által meghatározott u_1, u_2, \dots, u_n sorrendjét!

	a	b	c	d	e
∞	∞	∞	∞	0	∞
42	24	7	0	∞	
33	16	7	0	77	
24	16	7	0	18	
22	16	7	0	18	

- \star Legyen $G = (V, E)$ véges, irányítatlan gráf. Tegyük fel, hogy a $k : E \rightarrow \mathbb{R}_+$ költségfüggvényre ugyanúgy 14 a minimális költségű feszítőfa költsége, mint a k' költségfüggvényre, ahol $k'(e) = 2k(e) - 1$ a G minden e élére. Mennyi a minimális költségű feszítőfa költsége a $k''(e) = 2k(e) + 1$ képlettel megadott k'' költségfüggvényre?

A Számítástudomány alapjai

1. pZH 2020. XII. 16. 10h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

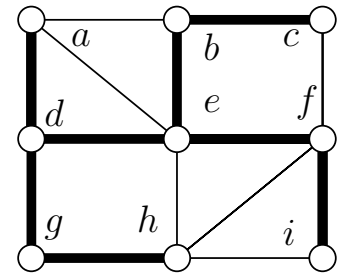
Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában a dolgozat első lapjának jobb felső sarkában olvashatóan tüntesse fel. Írószeren és papíron kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, továbbá tilos a dolgozatírás közbeni együttműködés. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: sikertelen, 24-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy a ZH legalább 24 pontos legyen. A pusztán (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos részpontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pont elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

Feladatok

1. Hányféleképp lehet kitölteni 90 ötöslottószelet (90 számból 5-re kell tippelni) úgy, hogy ne legyen két azonosan kitöltött szelet és egyetlen szeleten se legyen egyetlen találatunk se? (A szeleteket elég a számhúzás után kitölteni.)

2. Hány levele van a 100-csúcsú F fának, ha F 40 db harmadfokú csúcsán kívül minden más csúcsának legfeljebb 2 a fokszáma?

3. Indítsunk a felső ábrán látható G gráf a csúcsából mélységi bejárást és határozzuk meg a hozzá tartozó elérési sorrendet és mélységi fát. Legkevesebb hány élt kell törölni G -ből ahhoz, hogy a vastaggal jelölt élek a törlés után kapott gráf c gyökerű DFS fáját alkothassák?

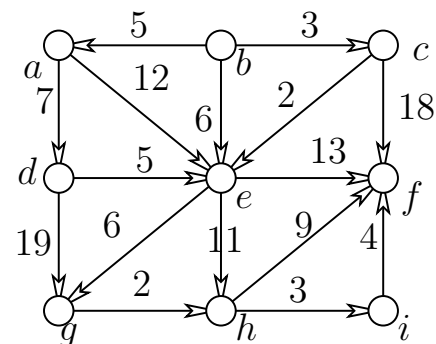


4. A mellékelt táblázat a Dijkstra algoritmus lefutását mutatja a G irányítatlan gráfon. Az egyes sorok az adott fázis utáni (r, ℓ) felső becsléseket adják meg. Határozzuk meg a ca él $\ell(ca)$ hosszát!

	a	b	c	d	e
	∞	∞	∞	0	∞
	42	24	7	0	∞
	33	16	7	0	77
	24	16	7	0	18
	22	16	7	0	18

5. Kritikus-e az e tevékenység az alsó ábrán látható PERT problémában?

\star Tegyük fel, hogy ha az élsúlyokkal ellátott G gráfban az e él költségét 11-nek, ill. 77-nek választjuk, akkor a minimális költségű feszítőfa költsége 1956 ill. 1989 lesz. Mennyi a minimális költségű feszítőfa költsége akkor, ha az e él költsége 42?



Jó munkát!