

# A Számítástudomány alapjai

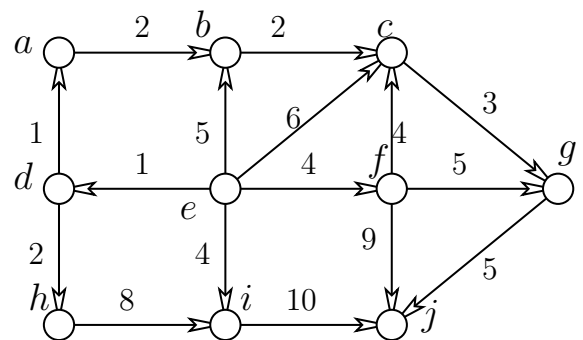
1. ZH 2017. X. 26. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát** vagy **gyakorlatának idopontját** a dolgozat *első* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A  $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pontos elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

## Feladatok

1. Az osztályba járó 15 fiú és 15 lány közül hányféleképp választható olyan 10 fős küldöttség, amelyikben legalább két lány és legalább két fiú van?  
(A végeredményt nem szükséges kiszámolni, elég egy zárt alakot megadni.)
2. A  $G$  gráfról tudjuk, hogy egyszerű, 10 csúcsa van, és ebből 9 csúcs fokszáma pontosan 5. Igazoljuk, hogy  $G$  összefüggő.
3. Az ábrán látható  $G$  gráf éleire írt számok az adott él költségét jelentik, az él irányításától tekintsünk el. Legyen  $G'$  az a gráf, ami  $G$ -ből keletkezik az  $ej$  él behúzásával. Legfeljebb mennyinek választható az  $ej$  él költsége ahhoz, hogy legyen  $G'$ -nek olyan minimális költségű feszítőfája, ami tartalmazza az  $ej$  élt?
4. Legfeljebb hány keresztél keletkezik az ábrán látható  $G$  gráf irányítatlan változatának  $e$  gyökérből indított BFS bejárása után?
5. Az ábrán látható  $G$  gráf egyes éleire írt számok azt jelentik, hogy hány kincset tudunk összegyűjteni az adott élen. Határozzuk meg, mennyi az összesen összegyűjthető kincsek száma, ha a gráf tetszőleges pontjából indulhatunk, de csak irányított élek mentén haladhatunk.



- $\boxed{\star}$  Legyenek a  $G$  gráf csúcsai azok az  $(a_1, a_2, a_3)$  sorozatok, ahol  $a_i \in \{0, 1, 2\}$  teljesül minden  $1 \leq i \leq 3$  esetén. Két csúcs pedig pontosan akkor szomszédos, ha a csúcsoknak megfelelő két sorozat pontosan két helyen tér el egymástól. Van-e Hamilton-köre a  $\overline{G}$  komplementergráfnak?

*Gyakorlatvezetők és gyakorlatok*

Fleiner Tamás (11, Sz, IB139, 19, P IB139 és I2, CS, IB134), Kaszanitzky Viktória (12, Sz, E302 és 20, P, IB140), Drótos Márton (13, Sz, IB147), Mihálka Zsuzsanna (14, Sz, E404), Holczer András (16, P, IB139), Paulovics Zoltán (18, P, IB145), Nguyen Hai (21, P, IB138), Tóth Nikolett (22, P, IB145), Recski András (I1, P, IB134).

Jó munkát!

# A Számítástudomány alapjai

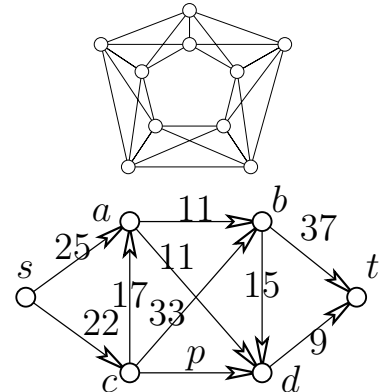
2. ZH 2017. XI. 30. 8h

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint **gyakorlatvezetője nevét** és a **tankörének számát** vagy **gyakorlatának idopontját** a dolgozat *első* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A  $\boxed{\star}$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. **A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük.** A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pontos elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

## Feladatok

1. Mennyi a kromatikus száma a felső ábrán látható gráfnak?
  2. Mennyi  $p = 0$  esetén az alsó ábrán látható hálózatban a maximális nagyságú  $st$ -folyam nagysága? Ha  $p > 0$ , akkor hogyan függ a maximális nagyságú  $st$ -folyam nagysága  $p$ -től?
  3. Legyenek a  $G$  páros gráf színosztályai  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  ill.  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , élei pedig  $a1, a2, a3, b2, b4, c2, c3, c5, d2, d4, e2, e4, f4, f5, f6$ . Teljesül-e az  $A$  színosztályra a Hall-feltétel?
  4. Legfeljebb hány tartománya lehet egy 20-csúcsú, síkbarajzolt  $G$  gráfnak, ha  $G$  minden tartományát legalább 5 él határolja?
  5. A Mikulás szaloncukrot porcióz a BME 368 elsőéves villamosmérnök-hallgatójának. Azoknak, akik meg tudták oldani a ZH-n a róla szóló feladatot, fejenként 17, a többieknek pedig fejenként 10 cukor jár. A Mikulás a szaloncukrot 500 darabos csomagokban tárolja, és ezekből csak annyit bont fel, amennyit feltétlenül szükséges. A munka végeztével kimaradó 5 szaloncukrot a krampuszok felhabzsolták. Hányan oldották meg a szóban forgó ZH példát?
- $\boxed{\star}$  Tegyük fel, hogy az 500 csúcsú, egyszerű  $G$  gráfnak 450 olyan csúcsa van, amelyek egyikének a fokszáma sem több 49-nél. Igazoljuk, hogy  $G$  kromatikus számára  $\chi(G) \leq 50$  teljesül.



Gyakorlatvezetők és gyakorlatok

Fleiner Tamás (11, Sz, IB139, 19, P IB139 és I2, CS, IB134), Kaszanitzky Viktória (12, Sz, E302 és 20, P, IB140), Drótos Márton (13, Sz, IB147), Mihálka Zsuzsanna (14, Sz, E404), Holczer András (16, P, IB139), Paulovics Zoltán (18, P, IB145), Nguyen Hai (21, P, IB138), Tóth Nikolett (22, P, IB145), Recski András (I1, P, IB134).

Jó munkát!

# A Számítástudomány alapjai

1. pótZH 2017. XII. 11. 8h

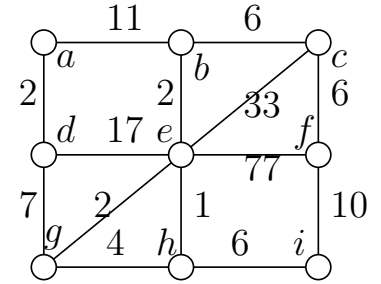
A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint a **tárgy ill. a gyakorlatvezető nevét**, a **ZH sorszámát** valamint a **gyakorlat idopontját** a dolgozat *első* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A  $\star$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitzűzve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pontos elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

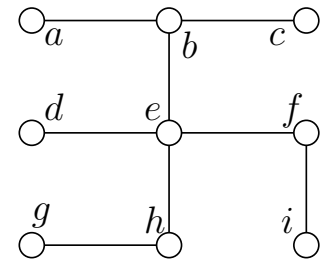
## Feladatok

1. Hányféleképp tölthető ki egy ötöslottószelelvény úgy, hogy a lehetséges 90 számból legalább egy 10-zel oszthatóra is tippeljünk?
2. Tegyük fel, hogy az  $F$  fának pontosan 333 levele van. Igazoljuk, hogy  $F$ -nek van olyan levéltől különböző  $v$  csúcsa, aminek a fokszámára  $d(v) \neq 5$  teljesül.

3. A felső ábrán látható  $G$  gráf éleire írt számok az adott él megépítésének költségét jelentik. Mennyi a lehető legkisebb költség, amivel elérhetjük, hogy megépüljön  $G$  egy feszítőfája, ha az egyik alvállalkozónkkal korábbi tartozásai okán ingyen meg tudunk építtetni egy általunk kiválasztott, tetszőleges élt?



4. Legfeljebb hány éle lehet annak az irányítatlan  $G$  gráfnak, amelynek egyszerre  $e$  és  $f$  gyökerű DFS fája az alsó ábrán látható gráf?



5. Határozzuk meg, hogy a felső ábrán látható  $G$  gráfnak melyik az a két csúcsa, amelyeknek a  $h$ -től mért távolsága pontosan 1-gyel tér el egymástól. Az élekre írt számok most az adott él hosszát jelentik.

- $\star$  A  $G$  egyszerű gráfnak 33 piros, 777 fehér, 333 zöld, valamint 77 sárga csúcsa van. Két csúcs között pontosan akkor fut él, ha azok különböző színűek. Behúzható-e  $G$ -be néhány további él úgy, hogy olyan egyszerű gráfot kapjunk, aminek van Euler-sétája?

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok

Fleiner Tamás (11, Sz, IB139, 19, P IB139 és I2, CS, IB134), Kaszanitzky Viktória (12, Sz, E302 és 20, P, IB140), Drótos Márton (13, Sz, IB147), Mihálka Zsuzsanna (14, Sz, E404), Holczer András (16, P, IB139), Paulovics Zoltán (18, P, IB145), Nguyen Hai (21, P, IB138), Tóth Nikolett (22, P, IB145), Recski András (I1, P, IB134).

Jó munkát!

# A Számítástudomány alapjai

2. pótZH 2017. XII. 11. 8h

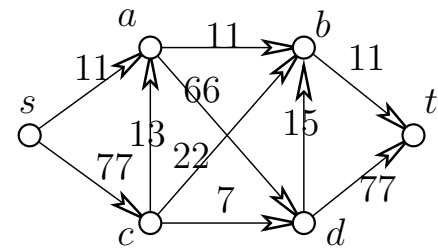
A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.

Kérjük, minden résztvevő **nevét** és **NEPTUN kódját** a dolgozat minden lapjának jobb felső sarkában, valamint a **tárgy ill. a gyakorlatvezető nevét**, a **ZH sorszámát** valamint a **gyakorlat idopontját** a dolgozat *első* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan és helyesen* tüntesse fel (ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük), ill. egy, a személyazonosságát igazoló fényképes okmányt készítsen elő. Írószeren és összetűzött papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés. Mobiltelefon **még kikapcsolt állapotban sem** lehet a hallgató keze ügyében. Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A  $\star$ -gal jelölt feladat az IMSC hallgatók számára lett kitzúve, de bárki megoldhatja, és pontot kap rá. A dolgozatok értékelése: 0-17 pont: sikertelen, 18-60 pont: sikeres. Az aláírás feltétele, hogy mindkét ZH legalább 18 pontos, az összpontszám pedig legalább 48 legyen. **A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük.** A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. A 100%-os teljesítményt az 50 pontos elérése jelenti. Az 50 feletti eredményt IMSC pontokként írjuk jóvá.

## Feladatok

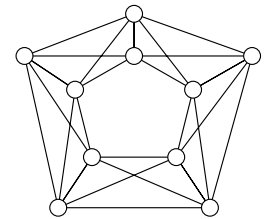
1. Legfeljebb mennyi lehet egy legfeljebb 100-élű egyszerű gráf kromatikus száma?

2. Mennyivel növekszik meg a maximális nagyságú  $st$ -folyam nagysága akkor, ha a jobb oldali hálózatban az  $ab$  él kapacitását 22-re növeljük?



3. A  $G$  páros gráf színosztályai  $A = \{a, b, c, d, e, f\}$  ill.  $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , élei pedig  $a1, a3, b2, b4, c1, c3, d3, d5, e4, e6, f4, f5$ . Teljesül-e  $A$ -ra a Hall-feltétel?

4. Síkbarajzolható-e a jobb oldalon látható gráf?



5. Oldjuk meg a  $21x \equiv 35(68)$  kongruenciát.

$\star$  Tegyük fel, hogy  $c : E \rightarrow \mathbb{R}_+$  kapacitásfüggvény a  $G = (V, E)$  irányított gráf élein, valamint  $s, x$  és  $t$  a  $G$  csúcsai. Lehet-e 222 a maximális nagyságú  $sx$ -folyam nagysága, ha tudjuk, hogy a maximális nagyságú  $st$ -folyam nagysága 111 és a maximális nagyságú  $xt$ -folyam nagysága pedig 333?

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok

Drótos Márton (11, Sz, IB138), Nguyen Hai (12, Sz, IB139 és 13, H IB145), Kaszanitzky Viktória (14, P, IB147 és N1, Sz, QB105), Fleiner Tamás (15, H, IB138 és I2, P, IB 134), Mihálka Zsuzsanna (16, P, IB138), Berkes Bence (17, P, IB139), Sári András (18, H, IB134), Paulovics Zoltán (19, H, IB140), Kecskés Boglárka (20, H, IB146), Tóri Tünde (21, H, IB147), Recski András (II, Sz, IB134).

Jó munkát!