A Számítástudomány alapjai

1. ZH 2010. X. 15. 8^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Feladatok

1. A 15 fős képviselőtestület választásra 5 párt állít egy-egy 15 fős listát. A szavazást követően mindegyik párt a listája elejéről az elért eredményének megfelelő számú képviselőt küld a testületbe, úgy, hogy a testület összesen 15 fős legyen. Hányféle lehet a képviselőtestület összetétele a szavazás után?

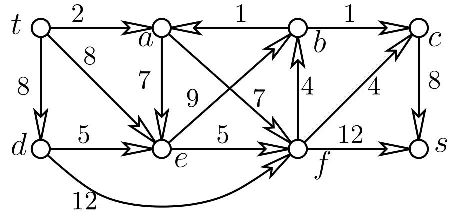
2. Tegyük fel, hogy az F fának csak első- és negyedfokú csúcsai vannak, szám szerint n_1 ill. n_4. Igazoljuk, hogy $n_1 = 2 \cdot n_4 + 2$.

3. Tegyük fel, hogy a G gráf 3-szorosan élösszefüggő és létezik Euler-körsétája. Mutassuk meg, hogy G 4-szeresen élösszefüggő.

4. Legyenek az F fa csúcsai az $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$, élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \le i \le 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \le j \le 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű gráf v_1-ből indított szélességi bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G-nek?

5. Baj van: átszakadt a hegytetőn a zagytározó gátja. Szerencsére az iszap nem veszélyes, slaggal lemosható. Az mellékelt ábrán t jelzi a tározót, s pedig a szerencsétlen helyen fekvő várost, amit meg kell védeni. A nyilak arra vezetnek, amerre az adott mélyedésben folyik a zagy. (Furcsa errefelé a gravitáció: megtörténhet, hogy végig lejt egy a kiindulópontjába visszatérő útvonal.) A nyíl mellett álló számok azt mutatják, hogy a katasztrófavédelemnek hány percig tart elzárni az adott nyíl mentén lezúduló folyadék útját. Az a cél, hogy a lehető legrövidebb idő alatt minden lehetséges s-be vezető utat lezárjunk az arra áramló melléktermék elől. Mivel csak egy munkagép működik, ezért a kiválasztott útvonalakat csak egymás után zárhatjuk le. Segítsünk a katasztrófavédelemnek: határozzuk meg, mennyi a szükséges legrövidebb idő, ami alatt a munka elvégezhető. Bizonyítsuk be azt is, hogy kevesebb idő nem elég minderre.

6. Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az $1, 2, \ldots, 100$ számok, az i és j csúcs között pedig akkor fusson él, ha $j < i$ esetén az $i - j$ szám 4-gyel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?



Gyakorlatvezetők és gyakorlatok Csákány Rita (Sz-Cs, IB 140), Csönde Gergely (Cs, IB 145), Drótos Márton (Cs, IB 141, Sz R 504), Faller Beáta (Sz-Cs, IB 142), Fejér Attila (Sz, QBF10), Fleiner Tamás (Sz, IB 141, Cs IB 138), Karkus Péter (Cs, IB 146), Kiss Gergely (Sz-CS, IB 139), Vidor Sára (Sz, IB 145), Vígh Dorottya (Sz, IB 146)

Jó munkát!

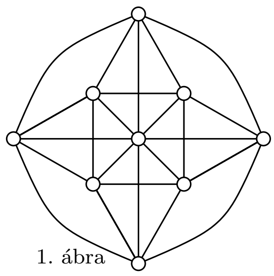
A Számítástudomány alapjai

2. ZH 2010. 11. 22. 17^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

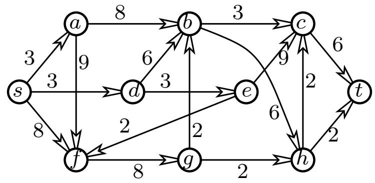
Feladatok

1. A faluban $2n$ lány és $2n$ fiú él. A lányoknak –akik párosával testvérek, és nem rokonai a fiúknak– az a céljuk, hogy úgy házasodjanak össze a falubeli fiúkkal, hogy minden lány le tudja nyomni a férjét szkanderban. Tudjuk, hogy az i-dik lánytestvérpár bármelyik tagja képes legalább $2i-1$ fiút szkanderban legyőzni, ráadásul minden lány le tud győzni olyan fiút is, akit a testvére nem. Mutassuk meg, hogy lehetséges a kívánt házasítás!



1. ábra

2. Határozzuk meg az 1. ábrán látható G gráf $\nu(G)$ és $\rho(G)$ paramétereit.
3. Határozzuk meg az 1. ábrán látható G gráf $\chi(G)$ kromatikus számát.
4. Síkbarajzolható-e az 1. ábrán látható gráf?



2. ábra

5. Határozzuk meg a 2. ábrán látható PERT feladathoz tartozó legrövidebb végrehajtási időt és a kritikus tevékenységeket.
6. Igazoljuk, hogy a P és NP problémaosztályba egyaránt beletartozik annak eldöntése, hogy egy inputként megadott G irányítatlan gráfban létezik-e két különböző kör.

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok Csákány Rita (Sz-Cs, IB 140), Csönde Gergely (Cs, IB 145), Drótos Márton (Cs, IB 141, Sz R 504), Faller Beáta (Sz-Cs, IB 142), Fejér Attila (Sz, QBF10), Fleiner Tamás (Sz, IB 141, Cs IB 138), Karkus Péter (Cs, IB 146), Kiss Gergely (Sz-CS, IB 139), Vidor Sára (Sz, IB 145), Vígh Dorottya (Sz, IB 146)

Jó munkát!

A Számítástudomány alapjai

ELSŐ ZH pótlása 2010. XII. 6. 17^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Feladatok

1. Bizonyítsuk be, hogy $\binom{\binom{n}{2}}{2} = 3\left(\binom{n}{4} + \binom{n}{3}\right)$ teljesül minden pozitív egész n számra.

2. Legyenek a G irányítatlan gráf csúcsai az $1, 2, \ldots, 100$ számok, az i és j csúcs között pedig akkor fusson él, ha $j < i$ estén az $i - j$ szám 5-tel osztva 1-et ad maradékul. Páros-e a G gráf?

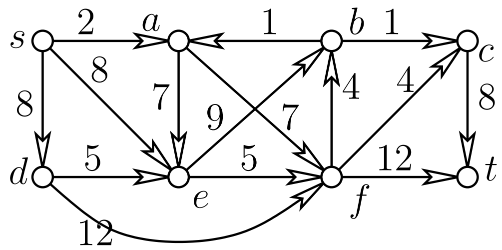
3. Egy 12 egység hosszú drótból szeretnénk elkészíteni egy egységkocka élvázát, úgy, hogy a kocka csúcsainál forrasztunk. Legkevesebb hány darabra kell felvágni ehhez az eredeti drótunkat? Mi a válasz akkor, ha a testátlóknak is benne kell lenniük az élvázban, és persze a kiindulási drótunk is 4 testátlónyival hosszabb?

4. Legyen G a $(2, 3, 7, 2, 4, 3, 3, 2)$ Prüfer-kódú F fa komplementere. Van-e G-nek Hamilton-köre?

5. Határozzuk meg az ábrán látható gráfban a legrövidebb út hosszát s-ből t-be a Dijkstra algoritmus segítségével, és adjuk meg a csúcsoknak azt a sorrendjét, ahogyan megállapítjuk a távolságokat.

6. A mellékelt ábrán látható hálózatban a 12 kapacitású df él elromlott, kapacitása 0 lett. Határozzuk meg a kapott hálózatban a maximális st folyam nagyságát.

   Kiderült közben, hogy a kiesett élt egy p kapacitású éllel tudjuk pótolni. Határozzuk meg, hogyan függ a maximális nagyságú st folyam nagysága a p paraméter értékétől!



Gyakorlatvezetők és gyakorlatok Csákány Rita (Sz-Cs, IB 140), Csönde Gergely (Cs, IB 145), Drótos Márton (Cs, IB 141, Sz R 504), Faller Beáta (Sz-Cs, IB 142), Fejér Attila (Sz, QBF10), Fleiner Tamás (Sz, IB 141, Cs IB 138), Karkus Péter (Cs, IB 146), Kiss Gergely (Sz-CS, IB 139), Vidor Sára (Sz, IB 145), Vígh Dorottya (Sz, IB 146)

Jó munkát!

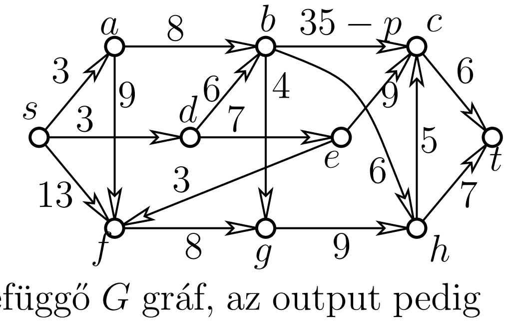
A Számítástudomány alapjai

MÁSODIK ZH pótlása 2010. XII. 6. 17^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét** a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Feladatok

1. Bizonyítsuk be, hogy ha $G = (A, B; E)$ páros gráf és $a \in A, b \in B$ esetén $d(a) \geq d(b) \geq 1$, akkor van G-ben A-t fedő párosítás.
2. Mutassuk meg, hogy ha a G gráfnak 2010 csúcsa van, és $\alpha(G) = 100$, akkor $\chi(G) \geq 21$.
3. Igazoljuk, hogy ha $G = (V, E)$ egyszerű gráf és minden fokszáma 12, akkor nem léteznek olyan $G_1 = (V, E_1)$ és $G_2 = (V, E_2)$ síkbarajzolható gráfok, amire $E = E_1 \cup E_2$, azaz G nem áll elő két síkbarajzolható gráf uniójaként.
4. Sürgősen el kell fogadni a korrupcióellenes törvényt. Ennek érdekében különféle egyeztetéseket és vitákat kell lefolytatni, amik csak bizonyos sorrendben követhetik egymást. A mellékelt ábrán látható gráf csúcsai jelentik az egyes cselekményeket, a nyilak pedig a korábban végrehajtandó cselekményből olyanokba mutat, amik azt nem előzhetik meg, sőt, a két cselekmény megkezdése között el kell telnie a nyíl mentén megadott számú napnak. A p paraméter az illetékes bizottság arról való „meggyőzésének” a költsége, hogy adott időn belül hagyják jóvá a javaslatot. Mennyibe kerül a törvény 42 napon belüli elfogadása?
5. Legyenek az F fa csúcsai az $v_1, v_2, \ldots, v_{10}$, élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \leq i \leq 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \leq j \leq 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű, irányítatlan gráf v_1-ből indított mélységi (DFS) bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G-nek?



6. Legyen a Π döntési probléma inputja egy összefüggő G gráf, az output pedig pontosan akkor „igen”, ha van G-ben Euler-körséta. Mutassuk meg, hogy $\Pi \in co-NP$.

Gyakorlatvezetők és gyakorlatok Csákány Rita (Sz-Cs, IB 140), Csönde Gergely (Cs, IB 145), Drótos Márton (Cs, IB 141, Sz R 504), Faller Beáta (Sz-Cs, IB 142), Fejér Attila (Sz, QBF10), Fleiner Tamás (Sz, IB 141, Cs IB 138), Karkus Péter (Cs, IB 146), Kiss Gergely (Sz-CS, IB 139), Vidor Sára (Sz, IB 145), Vígh Dorottya (Sz, IB 146)

Jó munkát!

A Számítástudomány alapjai

ELSŐ ZH ismételt pótlása 2010. XII. 14. 10^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Írószeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

Feladatok

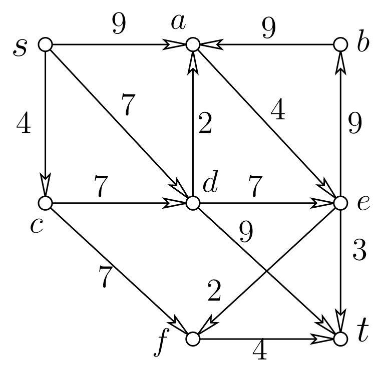
1. A Cayley egyetem kombinatorika-kertészet szakának első 3 félévében összesen 18 tárgyat kell elvégezni, minden félévben hatot. Az előtanulmányi rend szerint a *Fák* tárgyat a *Feszítőfák* tárgynál előbb kell felvenni, más megkötés nincs. Hányféleképp lehet felvenni a tárgyakat az egyes félévekben, feltéve, hogy minden felvett tárgyat már az adott félévben sikeresen teljesítenek a hallgatók?

2. Mutassuk meg, hogy bármely véges G gráfnak legalább $|V(G)| - |E(G)|$ komponense van.

3. A G gráfot úgy kapjuk, hogy az $1, 2, \ldots$ csúcscímkékkel ellátott teljes gráfban párhuzamos élekként megkettőzzük a $(2, 3, 2, 2, 5, 3, 5, 2)$ Prüfer-kódú F feszítőfa éleit. Van-e G-nek Euler-körsétája?

4. Tegyük fel, hogy a G egyszerű gráfnak 20 csúcsa van és G 10-szeresen élösszefüggő. Mutassuk meg, hogy G-nek van Hamilton köre.

5. Adott egy G gráf, az e él hosszát jelölje $l(e)$. Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen $l'(e) = l(e) + 2$ minden élre. Tegyük fel, hogy u és v között P egy legrövidebb út az l' élhosszokkal. Igaz-e, hogy P biztosan egy legrövidebb út u és v között az l élhosszokra nézve is?



6. Határozzuk meg a mellékelt hálózatban a maximális st-folyam nagyságát, és igazoljuk is, hogy ennél nagyobb st-folyam nem létezik.

Jó munkát!

A Számítástudomány alapjai

MÁSODIK ZH ismételt pótlása 2010. XII. 14. 10^{15}

A rendelkezésre álló munkaidő 90 perc.
Kérjük, minden résztvevő **nevét, NEPTUN kódját** és **gyakorlatvezetője nevét**a dolgozat *minden* lapjának jobb felső sarkában *olvashatóan* és *helyesen* tüntesse fel, mert ennek hiányában a dolgozatot nem értékeljük.
Minden egyes feladat helyes megoldása 10 pontot ér. A dolgozatok értékelése: 0-23 pont: 1, 24-32 pont: 2, 33-41 pont: 3, 42-50 pont: 4, 51-60 pont: 5. A puszta (indoklás nélküli) eredményközlést nem értékeljük. A megindokolt részeredményért arányos pontszám jár. Az évvégi jegy kiszámításakor a két (legalább elégséges) zh *összesített* pontszámát vesszük figyelembe.
Íròszeren és papírokon kívül semmilyen segédeszköz használata sem megengedett, így tilos az írott vagy nyomtatott jegyzet, a számoló- és számítógép ill. mobiltelefon használata, továbbá a dolgozatírás közbeni együttműködés.

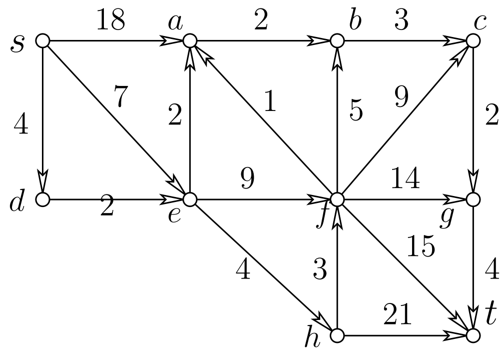
Feladatok

1. Mutassunk olyan 10 pontú összefüggő, egyszerű G gráfot, amihez úgy lehet egy élt hozzáadni az egyszerűség megtartásával, hogy a $\nu(G)$ és a $\rho(G)$ értéke is megváltozik ennek hatására.

2. Bizonyítsuk be, hogy ha G egyszerű, síkbarajzolható gráf, akkor G bármely G^* duálisának van olyan tartománya, amit legfeljebb 5 él határol.

3. Tegyük fel, hogy G olyan $2n$ csúcsú páros gráf, aminek van teljes párosítása. Határozzuk meg a komplementergráf kromatikus számát, $\chi(\overline{G})$-t.

4. Határozzuk meg az alábbi PERT probléma optimális ütemezése melletti kritikus tevékenységeket!



5. Mutassuk meg, hogy ha egy G gráf néhány éle úgy van irányítva, hogy nem alkotnak irányított kört, akkor G a többi éle is megirányítható úgy, hogy a kapott irányított gráf aciklikus legyen.

6. A valós számokból álló $a_1, \ldots, a_n$ sorozat olyan, hogy az $a_1^3, a_2^3, \ldots, a_n^3$ sorozat egy darabig nő, utána csökken. Adjunk konstansszor n összehasonlítást használó algoritmust, ami rendezi az $a_1, \ldots, a_n$ sorozatot.

Jó munkát!