A számítástudomány alapjai

Síkgráfok dualitása

2020. december 8.

Bonyolultségelméleti áttekintés

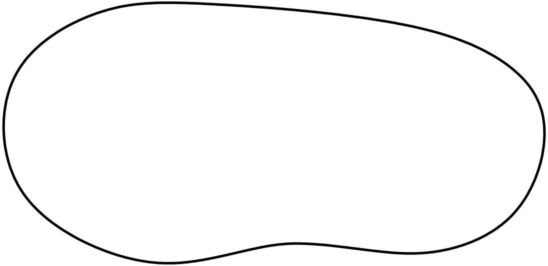
- Algoritmusok hatékonyságának mérésekor azt vizsgáljuk, hogy az inputméret növekedtével hogyan nő a maximális lépésszám.
- Azokat az algoritmusokat szeretjük, amelyikekre a lépésszám felülről becsülhető az input méretének polinomjával.
- Egy probléma bonyolultsága attól függ, hogy mennyire gyors algoritmussal oldható meg.
- Osztályoztuk a döntési problémákat: P-beliek, amikre van polinomidejű algoritmus. Az NP és $co-NP$ bővebb osztályok: itt az az elvárás, hogy IGEN ill. NEM output esetén mindig legyen polinomidőben ellenőrizhető bizonyíték (tanú).
- Ha egy Π döntési problémát (polinomidőben) vissza lehet vezetni Π'-re, akkor Π'-t nehezebbnek tekintjük, mint Π-t.
- Az NP osztályban vannak legnehezebb problémák: az ú.n. NP-teljes feladatok. Ezeket reménytelennek gondoljuk. Számos ilyenre láttunk példát: SAT, HAM, 3-SZÍN, ...
- **Sejtés:** $P \neq NP$, sőt: $P \neq NP \cap co-NP$

Egy NP-teljességi bizonyítás

Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Egy NP-teljességi bizonyítás

G



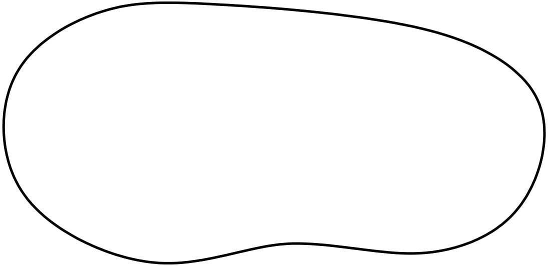
Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre.

$$\begin{array}{ccc} \text{HAM} & \prec & \text{HAMÚT} \\ | & & | \\ G & \longrightarrow & G' \end{array}$$

Egy NP-teljességi bizonyítás

G

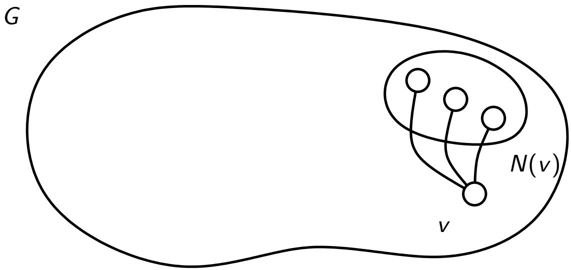


Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.

$$\begin{array}{ccc} \text{HAM} & \prec & \text{HAMÚT} \\ | & & | \\ G & \xrightarrow{pol} & G' \end{array}$$

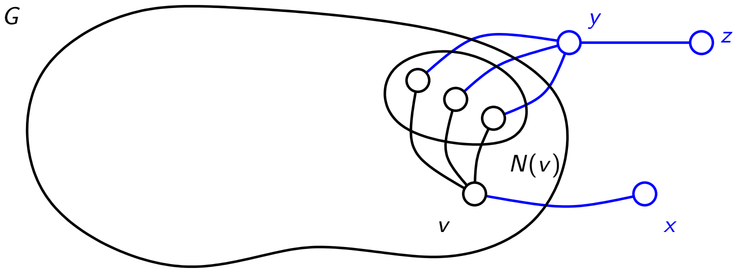
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.
Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.

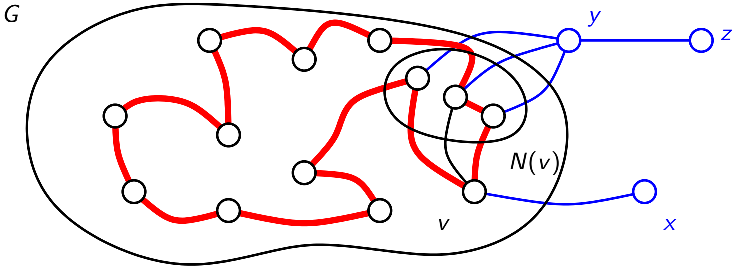
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.
Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.

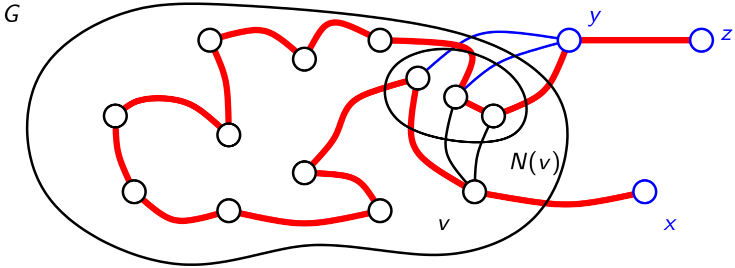
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.
Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.
Tfh G-ben van H-kör.

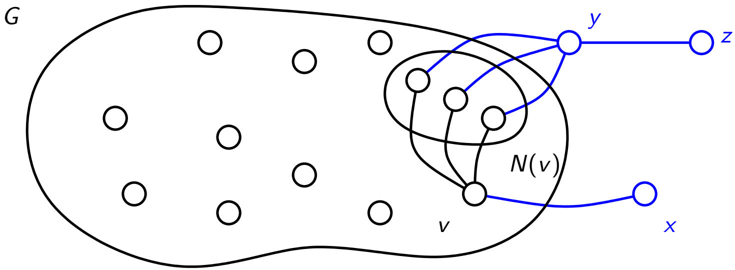
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben. Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint. Tfh G-ben van H-kör. Ekkor G'-ben van (x-ből z-be) H-út.

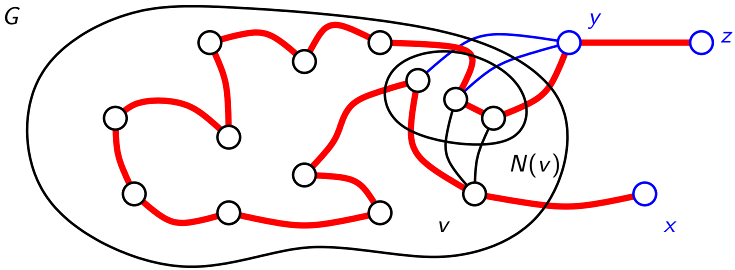
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.
Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.
Tfh G-ben van H-kör. Ekkor G'-ben van (x-ből z-be) H-út.
Most tfh P a G' H-útja. P végpontjai az x és z levelek.

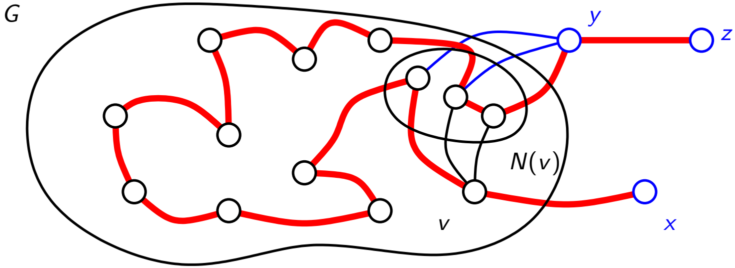
Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.
Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.
Tfh G-ben van H-kör. Ekkor G'-ben van (x-ből z-be) H-út.
Most tfh P a G' H-útja. P végpontjai az x és z levelek.
Ekkor $P - x - y - z$ a G egy olyan H-útja, aminek a végpontjai szomszédosak. Tehát van G-ben H-kör. $\square$

Egy NP-teljességi bizonyítás



Tétel: HAM$\prec$ HAMÚT.

Biz: Legyen G a HAM inutja. Cél: olyan G', aminek pontosan akkor van H-útja, ha G-nek van H-köre. Mindezt polinomidőben.

Legyen $v \in V(G)$, és képezzük G'-t G-ből az ábra szerint.

Tfh G-ben van H-kör. Ekkor G'-ben van (x-ből z-be) H-út.

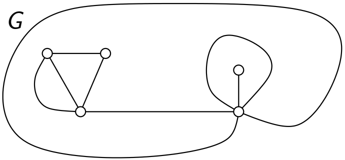
Most tfh P a G' H-útja. P végpontjai az x és z levelek.

Ekkor $P - x - y - z$ a G egy olyan H-útja, aminek a végpontjai szomszédosak. Tehát van G-ben H-kör. $\square$

Köv: (1) HAM NP-nehéz (NP-teljes), ezért HAMÚT NP-nehéz.

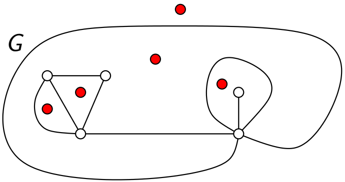
(2) HAMÚT$\in NP$, ezért HAMÚT NP-teljes.

Síkgráfok duálisa



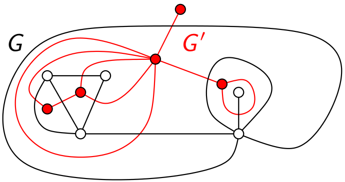
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai

Síkgráfok duálisa



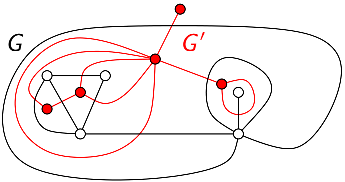
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai

Síkgráfok duálisa



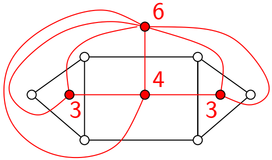
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

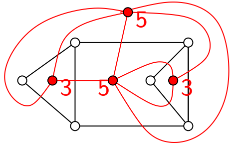
Síkgráfok duálisa



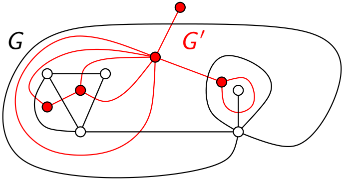
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Csak síkbarajzolt gráfnak van duálisa. Síkbarajzolható gráfnak a konkrét lerajzolástól függően többféle duálisa is lehet.



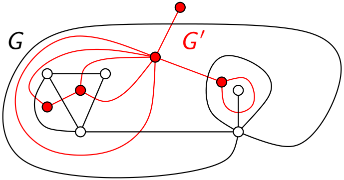


Síkgráfok duálisa



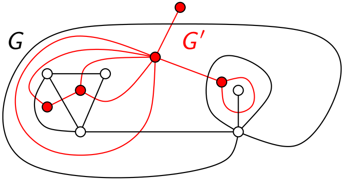
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Síkgráfok duálisa



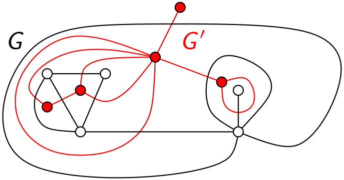
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.
Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.
Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.
(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

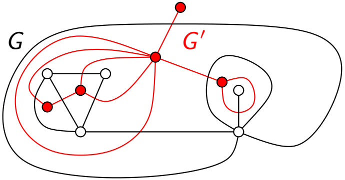
Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.
(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.
(3) HSL G^*-ra: $\sum d^*(v) = 2e^*$

Síkgráfok duálisa



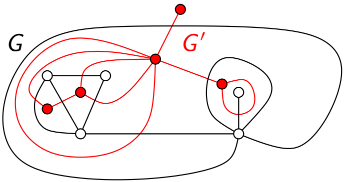
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

(3) HSL G^*-ra: $\sum \ell_i = \sum d^*(v) = 2e^* = 2e$ (DHSL)

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

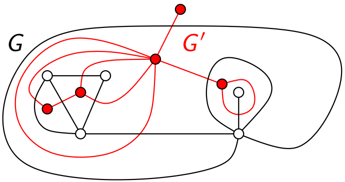
Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

(3) HSL G^*-ra: $\sum \ell_i = \sum d^*(v) = 2e^* = 2e$ (DHSL)

(4) G^* csúcsszínezése G lapjai színezésének felel meg. (ld. 4CT)

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

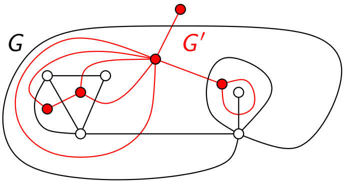
(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

(3) HSL G^*-ra: $\sum \ell_i = \sum d^*(v) = 2e^* = 2e$ (DHSL)

(4) G^* csúcsszínezése G lapjai színezésének felel meg. (ld. 4CT)

(5) Ha G öf, akkor $t^* = n$, sőt: $G = (G^*)^*$.

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

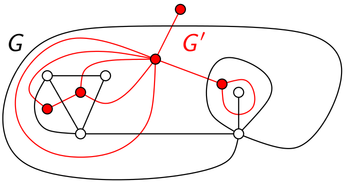
(3) HSL G^*-ra: $\sum \ell_i = \sum d^*(v) = 2e^* = 2e$ (DHSL)

(4) G^* csúcsszínezése G lapjai színezésének felel meg. (ld. 4CT)

(5) Ha G öf, akkor $t^* = n$, sőt: $G = (G^*)^*$.

(6) Hurokél és elvágó él egymás duálisai.

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Megf: (1) A G^* duális gráf SRható, $n^* = t$, $e^* = e$ és $k^* = 1$.

(2) Ha $v \in V(G^*)$ a G i-dik lapjához tartozik, akkor $d(v) = \ell_i$.

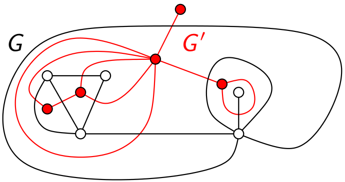
(3) HSL G^*-ra: $\sum \ell_i = \sum d^*(v) = 2e^* = 2e$ (DHSL)

(4) G^* csúcsszínezése G lapjai színezésének felel meg. (ld. 4CT)

(5) Ha G öf, akkor $t^* = n$, sőt: $G = (G^*)^*$.

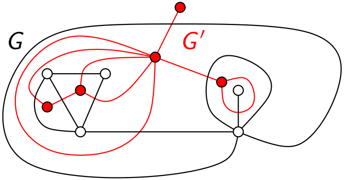
(6) Hurokél és elvágó él egymás duálisai. De ennél több is igaz.

Síkgráfok duálisa



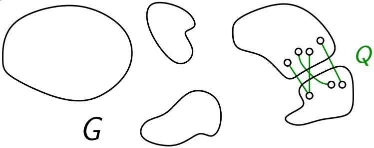
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Síkgráfok duálisa

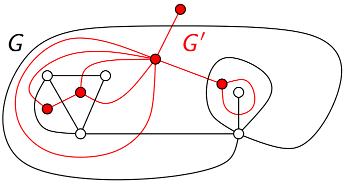


Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén.



Síkgráfok duálisa

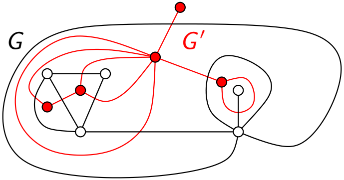


Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

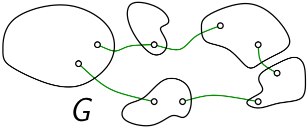
Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén.

Megf: e elvágó él $\iff$ $\{e\}$ vágás.

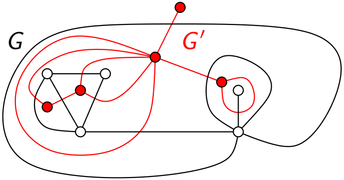
Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.
Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén. **Megf:** e elvágó él $\iff$ $\{e\}$ vágás.
Def: Az e és f **soros élek**, ha $\{e, f\}$ vágás.



Síkgráfok duálisa



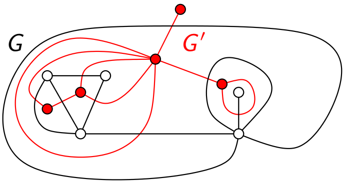
Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén. **Megf:** e elvágó él $\iff$ $\{e\}$ vágás.

Def: Az e és f **soros élek**, ha $\{e, f\}$ vágás.

Megf: **(Kör-vágás dualitás)** Ha G^* a G SRt gráf duálisa, akkor
(1) $C \subseteq E(G)$ kör G-ben $\iff$ C^* vágás G^*-ban.
(2) $Q \subseteq E(G)$ vágás G-ben $\iff$ Q^* kör G^*-ban.

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.

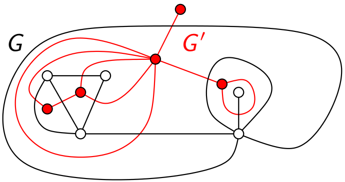
Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén. **Megf:** e elvágó él $\iff$ $\{e\}$ vágás.

Def: Az e és f **soros élek**, ha $\{e, f\}$ vágás.

Megf: **(Kör-vágás dualitás)** Ha G^* a G SRt gráf duálisa, akkor
(1) $C \subseteq E(G)$ kör G-ben $\iff$ C^* vágás G^*-ban.
(2) $Q \subseteq E(G)$ vágás G-ben $\iff$ Q^* kör G^*-ban.

Köv: (1) Hurokél és elvágó él egymás duálisai.

Síkgráfok duálisa



Def: A G síkbarajzolt gráf **duálisa** az a G^* gráf, aminek csúcsai a G tartományai, élei pedig G éleinek felelnek meg, és az adott élt által elválasztott tartományoknak megfelelő csúcsokat köti össze.
Def: A G gráf Q élhalmaza **vágás**, ha $G - Q$ szétesik (azaz több komponense van, mint G-nek), de $G - Q'$ nem esik szét semilyen $Q \neq Q' \subset Q$ esetén. **Megf:** e elvágó él $\iff$ $\{e\}$ vágás.
Def: Az e és f **soros élek**, ha $\{e, f\}$ vágás.
Megf: **(Kör-vágás dualitás)** Ha G^* a G SRt gráf duálisa, akkor
(1) $C \subseteq E(G)$ kör G-ben $\iff$ C^* vágás G^*-ban.
(2) $Q \subseteq E(G)$ vágás G-ben $\iff$ Q^* kör G^*-ban.
Köv: (1) Hurokél és elvágó él egymás duálisai.
(2) Soros és párhuzamos élek egymás duálisai.

Duálisok kapcsolata

Láttuk, hogy ugyanannak a SRható gráfnak többféle duálisa is lehet. Mi a kapcsolat a lehetséges duálisok között?

Duálisok kapcsolata

Láttuk, hogy ugyanannak a SRható gráfnak többféle duálisa is lehet. Mi a kapcsolat a lehetséges duálisok között?

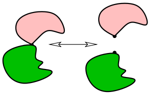
Whitney tétele: Tfh G^* a G SRt gráf duálisa. Ekkor H pontosan akkor duálisa G egy síkbarajzolásának, ha H öf és megkapható G^*-ból az alábbi operációk véges sokszori alkalmazásával.

Duálisok kapcsolata

Láttuk, hogy ugyanannak a SRható gráfnak többféle duálisa is lehet. Mi a kapcsolat a lehetséges duálisok között?

Whitney tétele: Tfh G^* a G SRt gráf duálisa. Ekkor H pontosan akkor duálisa G egy síkbarajzolásának, ha H öf és megkapható G^*-ból az alábbi operációk véges sokszori alkalmazásával.

1. Elvágó pont mentén szétszedés/komponensek összeragasztása.

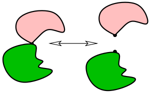


Duálisok kapcsolata

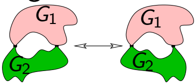
Láttuk, hogy ugyananannak a SRható gráfnak többféle duálisa is lehet. Mi a kapcsolat a lehetséges duálisok között?

Whitney tétele: Tfh G^* a G SRt gráf duálisa. Ekkor H pontosan akkor duálisa G egy síkbarajzolásának, ha H öf és megkapható G^*-ból az alábbi operációk véges sokszori alkalmazásával.

1. Elvágó pont mentén szétszedés/komponensek összeragasztása.



2. Két csúcs mentén szétvágás, majd fordítva visszaragasztás.



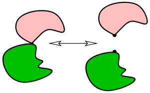
□

Duálisok kapcsolata

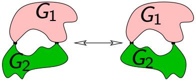
Láttuk, hogy ugyanannak a SRható gráfnak többféle duálisa is lehet. Mi a kapcsolat a lehetséges duálisok között?

Whitney tétele: Tfh G^* a G SRt gráf duálisa. Ekkor H pontosan akkor duálisa G egy síkbarajzolásának, ha H öf és megkapható G^*-ból az alábbi operációk véges sokszori alkalmazásával.

1. Elvágó pont mentén szétszedés/komponensek összeragasztása.



2. Két csúcs mentén szétvágás, majd fordítva visszaragasztás.



□

Whitney másik tétele: Tfh a G és H öf gráfok között kör-vágás dualitást tudunk létesíteni egy, az éleik közötti alkalmas kölcsönösen egyértelmű megfeleltetéssel. Ekkor G és H is síkbarajzolható, és alkalmas síkbarajzolásaik egymás duálisai. □

Dualitás a villamosságtanban

Kétpólusú elemekből álló elektromos hálózatok viselkedését a Kirchhoff-féle csomóponti és huroktörvények, valamint az Ohm törvények írják le. Ezekből lehet kiszámítani a hálózat gráfjának élein az áramerősséget ill. az élvégpontok közti feszültséget.

Dualitás a villamosságtanban

Kétpólusú elemekből álló elektromos hálózatok viselkedését a Kirchhoff-féle csomóponti és huroktörvények, valamint az Ohm törvények írják le. Ezekből lehet kiszámítani a hálózat gráfjának élein az áramerősséget ill. az élvégpontok közti feszültséget.
A csomóponti törvényeket a gráf vágásaira, a huroktörvényeket pedig a gráf köreire értelmes felírni.

Dualitás a villamosságtanban

Kétpólusú elemekből álló elektromos hálózatok viselkedését a Kirchhoff-féle csomóponti és huroktörvények, valamint az Ohm törvények írják le. Ezekből lehet kiszámítani a hálózat gráfjának élein az áramerősséget ill. az élvégpontok közti feszültséget.
A csomóponti törvényeket a gráf vágásaira, a huroktörvényeket pedig a gráf köreire értelmes felírni.
A korábban tanult Kruskal-algoritmus alkalmazásával (a normál fa segítségével) azt tudtuk meghatározni, hogy egyértelműen oldható-e meg a hálózat, ill. meg tudtunk határozni minimális számú Kirchoff-törvényből adódó feltételt, amelyek már egyértelműen meghatározzák a megoldást.

Dualitás a villamosságtanban

Kétpólusú elemekből álló elektromos hálózatok viselkedését a Kirchhoff-féle csomóponti és huroktörvények, valamint az Ohm törvények írják le. Ezekből lehet kiszámítani a hálózat gráfjának élein az áramerősséget ill. az élvégpontok közti feszültséget.
A csomóponti törvényeket a gráf vágásaira, a huroktörvényeket pedig a gráf köreire értelmes felírni.

Dualitás a villamosságtanban

Kétpólusú elemekből álló elektromos hálózatok viselkedését a Kirchhoff-féle csomóponti és huroktörvények, valamint az Ohm törvények írják le. Ezekből lehet kiszámítani a hálózat gráfjának élein az áramerősséget ill. az élvégpontok közti feszültséget.
A csomóponti törvényeket a gráf vágásaira, a huroktörvényeket pedig a gráf köreire értelmes felírni.
A kétféle Kirchoff-törvény hasonló formájú: mindkettőben bizonyos éleken az (I-k vagy ΔU-k) összege 0. Lehetséges vajon egy H hálózathoz olyan, duális H^* hálózatot konstruálni, aminek ugyanannyi éle van, és a H^* megoldása ugyanaz, mint a H-é, csak az áramerősségekből potenciálkülönbségek, a potenciálkülönbségekből pedig áramerősségek lesznek?

Dualitás a villamosságtanban

A kétféle Kirchoff-törvény hasonló formájú: mindkettőben bizonyos éleken az (I-k vagy ΔU-k) összege 0. Lehetséges vajon egy H hálózathoz olyan, duális H^* hálózatot konstruálni, aminek ugyanannyi éle van, és a H^* megoldása ugyanaz, mint a H-é, csak az áramerősségekből potenciálkülönbségek, a potenciálkülönbségekből pedig áramerősségek lesznek?

Dualitás a villamosságtanban

A kétféle Kirchoff-törvény hasonló formájú: mindkettőben bizonyos éleken az (I-k vagy ΔU-k) összege 0. Lehetséges vajon egy H hálózathoz olyan, duális H^* hálózatot konstruálni, aminek ugyanannyi éle van, és a H^* megoldása ugyanaz, mint a H-é, csak az áramerősségekből potenciálkülönbségek, a potenciálkülönbségekből pedig áramerősségek lesznek?
Ehhez az szükséges, hogy a két hálózat élei között olyan kölcs. egyért. megfeleltetés legyen, amire teljesül a kör-vágás dualitás.
Whitney ,,másik'' tétele szerint ez pontosan akkor lehetséges, ha a hálózathoz tartozó gráf síkbarajzolható. Ilyenkor a dualitás úgy valósítható meg, hogy az R nagyságú ellenállás duálisa egy $1/R$ nagyságú ellenállás, az x nagyságú áramforrásáé egy x nagyságú feszültségforrás (és viszont), az y nagyságú kapacitásé pedig egy y nagyságú induktivitás (és viszont). Ha azonban a hálózathoz tartozó gráf nem síkbarajzolható, akkor nincs hozzá a fenti értelemben duális hálózat.

Dualitás a villamosságtanban

Dualitás a villamosságtanban

Whitney ,,egyik" tételének is van ám villamosságtani következménye. Nevezetesen, egy összefüggő hálózatból a kétféle operáció segítségével egy másik összefüggő hálózatot készítünk, akkor az így kapott két hálózatnak pontosan ugyanaz lesz a megoldása. (Whitney tételéből egyébként az is következik, hogy ha két hálózatnak ugyanaz a megoldása, akkor az egyik megkapható a másikból a kétféle operáció véges sokszori alkalmazásával.)

Köszönöm a figyelmet!