

Irigységmentes elosztások, csődp probléma

ALGORITMIKUS JÁTÉKELMÉLET

7. gyakorlat

2024.

1. Határozzuk meg a $[0, 1[$ intervallum egy irigységmentes elosztását a Selfridge–Conway-eljárással, ha a játékosok értékelő eloszlásfüggvénye a következő.

$$f_1(x) = \min(2x, 1), \quad f_2(x) = x, \quad f_3(x) = \max(x/2, (3x - 1)/2)$$

2. Határozzuk meg, hogy legrosszabb esetben hány vágás és hány mérés műveletet használ a Selfridge–Conway-eljárás.
3. Bizonyítsuk be, hogy ha két játékos osztozik a $[0, 1[$ intervallumon, akiknek az értékelő függvénye μ_1 és μ_2 , akkor az alábbiak teljesülnek.

(a) Létezik olyan $I \subseteq [0, 1[$ intervallum, amire $\mu_1(I) = \mu_2(I) = 1/2$.

(b) Tetszőleges $k \in \mathbb{Z}_+$ esetén létezik olyan $I \subseteq [0, 1[$ intervallum, amire $\mu_1(I) = \mu_2(I) = 1/k$.

(c) Tetszőleges $q \in [0, 1] \cap \mathbb{Q}$ esetén létezik olyan $I \subseteq [0, 1[$ intervallum, amire vagy $\mu_1(I) = \mu_2(I) = q$, vagy $\mu_1(I) = \mu_2(I) = 1 - q$.

(d) Tetszőleges $\alpha \in [0, 1]$ esetén létezik olyan $I \subseteq [0, 1[$ intervallum, amire vagy $\mu_1(I) = \mu_2(I) = \alpha$, vagy $\mu_1(I) = \mu_2(I) = 1 - \alpha$.

4. Határozzuk meg az alábbi csődp problémákban

(a) az arányos,

(b) a hierarchikus,

(c) az egyenletes nyereség,

(d) az egyenletes veszteség

szétosztási szabályok szerinti szétosztást.

(i) $E = 30$ és $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (5, 6, 19, 20)$

(ii) $E = 40$ és $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (8, 11, 16, 45)$

5. Határozzuk meg az alábbi csődp problémákban a kelmeszabály szerinti szétosztást.

(a) $E = 100$ és $(d_1, d_2) = (100, 200)$

(b) $E = 100$ és $(d_1, d_2) = (50, 70)$

(c) $E = 20$ és $(d_1, d_2) = (4, 18)$

(d) $E = 20$ és $(d_1, d_2) = (9, 12)$

6. Mutassuk meg, hogy Kamiński-féle közlekedődény-rendszer valóban a kelmeszabály szerinti szétosztást valósítja meg.

7. Határozzuk meg az alábbi csődp problémákban a kelmeszabály-konzisztens szétosztást.

(a) $E = 50$ és $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (10, 20, 40, 50)$

(b) $E = 80$ és $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (20, 30, 40, 50)$

8. Mutassuk meg, hogy a kelmeszabály monoton, azaz egyetlen hitelező jussa sem csökkenhet a kelmeszabály szerinti szétosztás esetén, ha a követelése vagy a szétosztandó vagyon növekszik.

9. A véletlen érkezéses szétosztási szabály szerinti szétosztásban minden hitelezőnek a jussa a hitelezők összes lehetséges érkezési sorrendjére vett hierarchikus elosztási szabály szerinti jussának az átlaga. Határozzuk meg az alábbi csődp problémában a véletlen érkezéses szétosztási szabály szerinti szétosztást, ha $E = 200$ és $(d_1, d_2, d_3, d_4) = (100, 100, 200, 200)$.

10. (a) Bizonyítsuk be, hogy $n = 2$ esetén tetszőleges csődp problémában a véletlen érkezéses szétosztási szabállyal kapott szétosztás megegyezik a kelmeszabály szerintivel.

(b) Igaz-e, hogy $n > 2$ esetén a véletlen érkezéses szabállyal kapott szétosztás megegyezik a kelmeszabály-konzisztens szétosztással?

11. Milyen közlekedődény-rendszer valósítja meg

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| (a) az arányos, | (b) a hierarchikus, |
| (c) az egyenletes nyereség, | (d) az egyenletes veszteség |

elosztási szabályok szerinti elosztást?

12. Egy S szétosztási szabály duálisán azt az S^* szétosztási szabályt értjük, melyet úgy kapunk, hogy az összveszteséget az S szabály szerint osztjuk szét. Egy S szétosztási szabály önduális, ha $S = S^*$.
 - (a) Az S szétosztási szabályt megvalósító közlekedőedény-rendszer ismeretében hogyan tudjuk meghatározni az S^* -ot megvalósító közlekedőedény-rendszert?
 - (b) Hogyan néz ki egy önduális szétosztási szabályt megvalósító közlekedőedény-rendszer?
13. (a) Bizonyítsuk be, hogy az arányos, illetve a kelmeszabály-konzisztens szétosztási szabályok önduálisak.
 - (b) Bizonyítsuk be, hogy az egyenletes nyereség elosztási szabály duálisa az egyenletes veszteség szabály, és fordítva.