

Kooperatív játékok

ALGORITMIKUS JÁTÉKELMÉLET

13. gyakorlat

2024.

1. Egy egyetemi felvételi eljárásban négy szak került meghirdetésre, és ezekre összesen tízen jelentkeztek. A felvételi eljárásban megszerezhető pontszám egy 0 és 100 közötti egész szám (a 0-t és a 100-at is beleértve). Mind a négy szakra legfeljebb két hallgatót vesznek fel. A jelentkezők pontszámait az adott szakokra, illetve a jelentkezők preferenciáit az alábbi táblázat tartalmazza. Határozzunk meg a ponthatárnövelő, illetve a ponthatárcsökkentő algoritmussal egy-egy stabil ponthatárhúzást.

	j_1	j_2	j_3	j_4	j_5	j_6	j_7	j_8	j_9	j_{10}
A	75/3.	85/4.	95/3.	–	80/3.	80/1.	95/3.	–	85/1.	90/3.
B	–	90/3.	85/2.	–	100/1.	90/2.	100/2.	–	85/3.	–
C	80/1.	70/1.	–	70/2.	90/2.	85/3.	70/1.	75/1.	–	90/2.
D	80/2.	90/2.	85/1.	80/1.	–	90/4.	–	85/2.	90/2.	75/1.

2. Egy egyetemi felvételi eljárásban két szak került meghirdetésre, A és B , és ezekre összesen 100-an jelentkeztek. A felvételi eljárásban megszerezhető pontszám egy 0 és 100 közötti egész szám (a 0-t és a 100-at is beleértve). Mind a két szakra legfeljebb 50 hallgatót vesznek fel. Az első jelentkező pontszáma az A szakon 95, a B -n 80, és a B szakra jelentkezett első helyen. A második jelentkező pontszáma az A szakon 90, a B -n 85, és az A szakra preferálja. Van 49 jelentkező, aki csak az A szakra felvételizett, ebből 4-nek a pontszáma 90, a többieknek 95. A maradék 49 jelentkező csak a második szakra felvételizett, ebből 9-nek a pontszáma 80, a többieknek 90.
3. Tekintsük az alábbi karakterisztikus függvények által leírt 3-játékos kooperatív játékokat. Határozzuk meg a magbeli kifizetésvektorokat.

$$\begin{aligned}
 \text{(a)} \quad & v(\{1\}) = 10, & v(\{2\}) = 6, & v(\{3\}) = 8, \\
 & v(\{1, 2\}) = 10, & v(\{1, 3\}) = 24, & v(\{2, 3\}) = 16, \\
 & v(\{1, 2, 3\}) = 30
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(b)} \quad & v(\{1\}) = 0, & v(\{2\}) = 0, & v(\{3\}) = 0, \\
 & v(\{1, 2\}) = 40, & v(\{1, 3\}) = 0, & v(\{2, 3\}) = 50, \\
 & v(\{1, 2, 3\}) = 50
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(c)} \quad & v(\{1\}) = 2, & v(\{2\}) = 4, & v(\{3\}) = 1, \\
 & v(\{1, 2\}) = 12, & v(\{1, 3\}) = 10, & v(\{2, 3\}) = 14, \\
 & v(\{1, 2, 3\}) = 16
 \end{aligned}$$

4. Tekintsük az alábbi karakterisztikus függvény által leírt 3-játékos kooperatív játékot.
- Döntsük el, hogy vannak-e felcserélhető játékosok.
 - Döntsük el, hogy van-e jelentéktelen játékos.
 - Határozzuk meg a játékosok Shapley-értékét.
 - Döntsük el, hogy a Shapley-értékekből álló kifizetés vektor a magban van-e.

$$\begin{aligned}
v(\{1\}) &= 2, & v(\{2\}) &= 4, & v(\{3\}) &= 2, \\
v(\{1, 2\}) &= 8, & v(\{1, 3\}) &= 10, & v(\{2, 3\}) &= 8, \\
v(\{1, 2, 3\}) &= 12
\end{aligned}$$

5. Tekintsük az alábbi karakterisztikus függvény által leírt 3-játékosos kooperatív játékot.

- (a) Döntsük el, hogy vannak-e felcserélhető játékosok.
- (b) Döntsük el, hogy van-e jelentéktelen játékos.
- (c) Határozzuk meg a játékosok Shapley-értékét.
- (d) Döntsük el, hogy a Shapley-értékekből álló kifizetés vektor a magban van-e.

$$\begin{aligned}
v(\{1\}) &= 2, & v(\{2\}) &= 4, & v(\{3\}) &= 6, \\
v(\{1, 2\}) &= 6, & v(\{1, 3\}) &= 8, & v(\{2, 3\}) &= 12, \\
v(\{1, 2, 3\}) &= 14
\end{aligned}$$