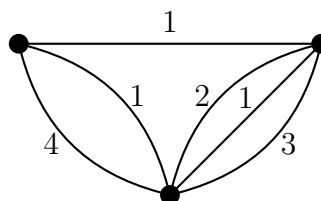
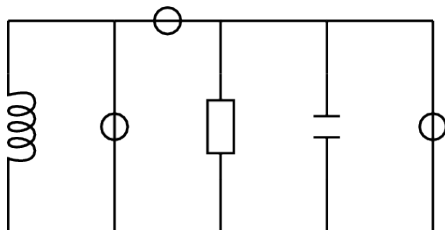
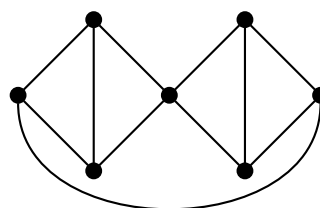
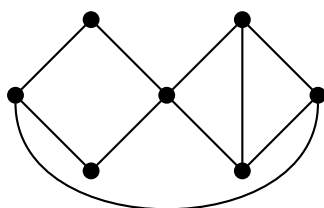


1. Egyértelműen megoldható-e a következő villamos hálózat? (Segítségképpen a hozzá tartozó gráf is fel van rajzolva.)

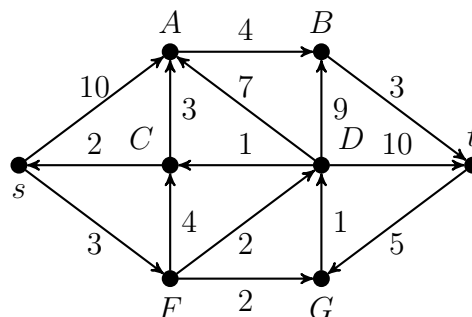


2. [ZH 2006. március 28.] Legyen G egy összefüggő gráf, amiben minden pont foka páros. Igaz-e, hogy ha elhagyjuk G -ből egy körének éleit, akkor a maradékban biztosan van Euler-körséta?
3. Mutassunk Hamilton-kört a következő gráfokban, vagy lássuk be, hogy nincs!

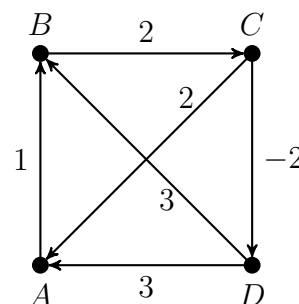
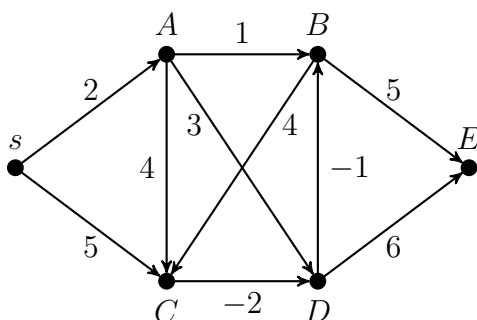


4. Készítsük el a következő gráf szélességi bejárását!

5. Határozzuk meg a Dijkstra algoritmussal a legrövidebb utakat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!



6. Határozzuk meg a baloldali gráfban Bellmann-Ford algoritmussal a legrövidebb utat s és a többi csúcs között, nyomon követve az algoritmust!

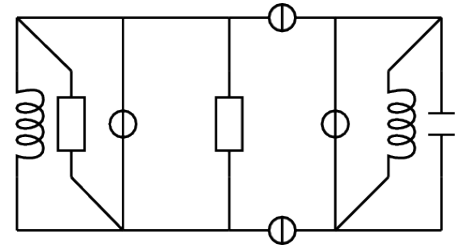
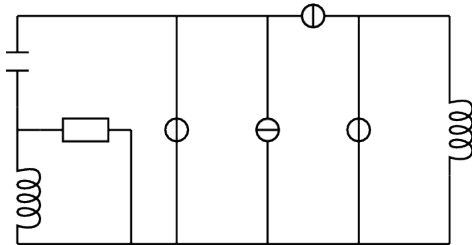


7. Határozzuk meg a Floyd algoritmussal a legrövidebb utat az összes pontpár között a fenti jobb oldali gráfban!

8. **[pótpótZH 2010. ősz]** A G gráfot úgy kapjuk, hogy az $1, 2, \dots$ csúcscímekkel ellátott teljes gráfban párhuzamos élekként megkettőzzük a $(2, 3, 2, 2, 5, 3, 5, 2)$ Prüfer-kódú F feszítőfa éleit. Van-e G -nek Euler-körsétája?

9. Egy 12 fős társaságban mindenki legalább 6 embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leülhetnek egy kerek asztal köré úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait!

10. Egyértelműen megoldhatók-e a következő villamos hálózatok?



11. Egy 20 fős társaságban mindenki ugyanannyi embert ismer (az ismeretség kölcsönös). Bizonyítsuk be, hogy leültethetők egy kerek asztal köré vagy úgy, hogy mindenki ismerje a szomszédait, vagy úgy, hogy senki se ismerje a szomszédait!

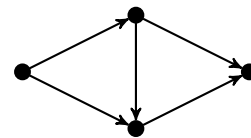
12. **[ZH 2012. november 22.]** Tfh az egyszerű G gráfnak 100 csúcsa van, ezek közül u és v foka 45, a többi csúcsé pedig legalább 55. Igazoljuk, hogy G -ben van Hamilton-út.

13. Létezik-e olyan 6 pontú és 11 illetve 12 élű gráf, melyben nincs Hamilton-kör?

14. Igazoljuk, hogy ha egy $2k + 1$ pontú egyszerű gráfban minden pont foka legalább k , akkor a gráfban van Hamilton-út!

15. **[pZH 2011. december 1.]** Tudjuk, hogy a 99 csúcsú, egyszerű G gráf maximális fokszáma $\Delta(G) = 30$, másrészt G -nek van Euler-köre. Mutassuk meg, hogy a \bar{G} komplementergráfnak is van Euler-köre.


16. **[ZH 2008. október 10.]** Határozzuk meg ebben a gráfban az élsúlyokat úgy, hogy a Dijkstra algoritmus rossz eredményt adjon!



17. **[pótpótZH 2010. ősz]** Adott egy G gráf, az e él hosszát jelölje $l(e)$. Minden él hosszát növeljük meg 2-vel, azaz legyen $l'(e) = l(e) + 2$ minden élre. Tegyük fel, hogy u és v között P egy legrövidebb út az l' élhosszokkal. Igaz-e, hogy P biztosan egy legrövidebb út u és v között az l élhosszokra nézve is?

18. **[ZH 2010. október 15.]** Legyenek az F fa csúcsai az v_1, v_2, \dots, v_{10} , élei pedig $v_i v_{i+1}$, ha $1 \leq i \leq 4$ ill. $v_5 v_j$, ha $6 \leq j \leq 10$. Tegyük fel, hogy F a G egyszerű gráf v_1 -ből indított szélességi bejárásához tartozó fa. Legfeljebb hány éle lehet G -nek?

19. A G irányított gráfról tudjuk, hogy pontosan egy negatív él van benne, és nem tartalmaz negatív összhosszúságú kört. Az s csúcsból szeretnénk legrövidebb utat találni az összes többibe. Hogy tudnánk ezt megtenni a Dijkstra algoritmus (esetleg többszöri) felhasználásával?

20.  Egy teljes gráf minden élét irányítsuk meg valamelyik irányban. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott gráfban van irányított Hamilton-út!