

## Bevezetés a számításelméletbe II.

2011. ÁPRILIS 18.

11. gyakorlat: Csoporthelmélet

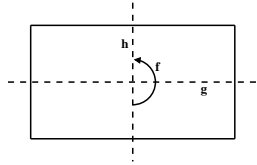
1. Írjuk fel az alábbi csoportok Cayley-táblázatát! Melyek izomorfak egymással?

(a) {mod 4 maradékosztályok, összeadás}

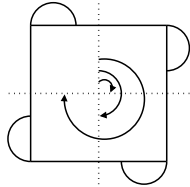
(b) {mod 8 redukált maradékosztályok, szorzás}

(c) A téglalap szimmetriacsoportja:

(szimmetriacsoport = a rajtot önmagába vivő egybevágósági transzformációk halmaza a kompozícióra, mint műveletre nézve!)



(d) A "füles négyzet" szimmetriacsoportja:



2. Mi az egyes elemek rendje  $C_{12}$ -ben (a 12 rendű ciklikus csoportban)?

3. Legyen a  $G$  csoport elemeinek halmaza  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , a művelet a mod 7 szorzás. Igazoljuk, hogy a  $G$  csoport ciklikus!

4.  $|G| = 81$  és  $\exists a \in G : a^{27} \neq 1 \implies$  a csoport kommutatív.

5. Van-e olyan 20 rendű csoport, melyben van 5 rendű elem, de nincs 20 rendű elem?

És van-e olyan 20 rendű csoport, melyben van 20 rendű elem, de nincs 5 rendű elem?

6. Bizonyítsuk be, hogy egy csoport nem állhat elő két valódi részcsoporthjának úniójaként.

7. Bizonyítsuk be, hogy ha a  $G$  csoport rendje 55, akkor minden  $a \in G$  elemére teljesül, hogy az  $a$  és az  $a^8$  elemek rendje azonos.