

## Bevezetés a számításelméletbe II.

2011. MÁRCIUS 28.

8. gyakorlat: Kongruenciák

- Határozzuk meg a 3, 8, 17,  $-17$ , 120, 54,  $-40$ , 236, 227 számok
  - legkisebb nem negatív maradékait,
  - abszolútértékben legkisebb maradékait,
  - közül melyek kongruensek egymással modulo 11!
- Oldjuk meg az alábbi kongruenciákat:
  - $6x \equiv 5 \pmod{35}$ ,
  - $7x \equiv 5 \pmod{35}$ ,
  - $5x \equiv 5 \pmod{35}$ ,
  - $11x \equiv 12 \pmod{18}$ ,
  - $6x + 1 \equiv 10 \pmod{15}$ ,
  - $14x - 4 \equiv 80 \pmod{21}$ .
- Milyen maradékot adhat egy egész szám 92-vel osztva, ha az 54-szerese 24 maradékot ad 92-vel osztva?
- Egy  $x$  egész szám ugyanannyi maradékot ad 98-cal osztva, mint  $68 - 23x$ . Mi lehet ez a maradék?
- Melyek megoldhatóak az alábbi szimultán kongruenciák közül? Oldjuk is meg őket!
  - $x \equiv 3 \pmod{5}$     (c)  $3x \equiv 2 \pmod{4}$   
 $x \equiv 4 \pmod{7}$      $2x \equiv 3 \pmod{5}$
  - $x \equiv 3 \pmod{6}$     (d)  $5x \equiv 3 \pmod{7}$   
 $x \equiv 6 \pmod{8}$      $4x \equiv 5 \pmod{10}$
- Egy háromjegyű számról tudjuk, hogy 23-mal osztva 4 maradékot ad, továbbá hogy a szám 16-szorosának utolsó két számjegye 28. Mi ez a szám?
- Oldjuk meg a megoldhatóakat az alábbi lineáris diofantikus egyenletek közül!
  - $15x + 13y = 19$     (c)  $12x + 30y = 26$
  - $17x + 11y = 22$     (d)  $18x + 28y = 10$
- Egy százlábú meg akarja számolni a lábait. Azt tudja biológiából, hogy minden százlábúnak legföljebb 344 lába van. Ha 13-asával számolja a lábait, akkor 3 marad ki, ha 17-esével számolja, akkor viszont 10 marad ki. Hánylábú a százlábú?
  - Egy másik százlábú is megirigyli ezt a módszert. Neki 16-osával számolva 5 marad ki, 20-asával számolva pedig 15 marad ki. Bizonyítsd be, hogy elszámolta magát!
- Bizonyítsuk be, hogy  $1 \cdot 19 \cdot 37 \cdot 55 \cdot 73 \cdot \dots \cdot 271 + 1$  osztható 17-tel!