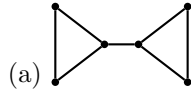


Bevezetés a számításelméletbe II.

2011. MÁRCIUS 19.

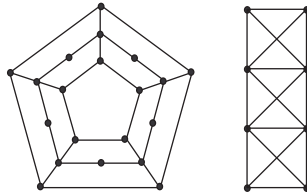
6. gyakorlat: Összefüggőség, Menger-tételek

1. Hányszorosan pont- illetve élösszefüggőek az alábbi gráfok:



- (b) Petersen-gráf
- (c) végtelen négyzetrács
- (d) n hosszú kör
- (e) $K_{n,n}$

2. Hányszorosan összefüggőek az alábbi gráfok?



- 3. Bizonyítsuk be, hogy ha egy $2n$ pontú egyszerű G gráf n -szeresen élösszefüggő, akkor kétszeresen pontösszefüggő is!
- 4. A $G(V, E)$ összefüggő gráfban minden $v \in V$ ponthoz és $e \in E$ élhez van olyan kör, amely v -n is és e -n is átmegy. Mutassuk meg, hogy a G gráf kétszeresen összefüggő!
- 5. Legyen A és B a G gráf csúcsai halmazának két diszjunkt, egyenként legalább k elemű részhalmaza. Tegyük fel, hogy bárhogyan hagyunk el G -ből k -nál kevesebb pontot, a maradék gráfban van olyan út, amely A és B -beli pontokat köt össze. Bizonyítsd be, hogy ekkor létezik G -ben k darab (teljes egészében) pontdiszjunkt út úgy, hogy mindegyik A és B -beli pontokat köt össze!
- 6. Mutassuk meg, hogy a k -szoros pontösszefüggésből következik a k -szoros élösszefüggés, de ugyanez visszafelé már nem teljesül!
- 7. Bizonyítsuk be, hogy egy 2-reguláris gráf pont- és élösszefüggőségi száma megegyezik! Mi van, ha a gráf 3- vagy 4-reguláris?
- 8. Bizonyítsuk be, hogy minden háromszorosan összefüggő gráfban van páros hosszúságú kör!