Bevezetés a számításelméletbe II.
2011. február 28.
4. gyakorlat: Párosítások, König és Gallai tételei

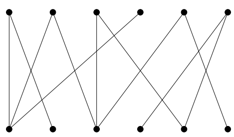
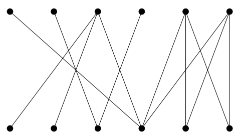
1. Igaz-e, hogy ha egy összefüggő páros gráfban van Hamilton-kör, akkor van teljes párosítás is? Igaz-e ennek megfordítása?

2. Bizonyítsd be, hogy egy reguláris páros gráfban mindig létezik teljes párosítás!

3. Lássuk be, hogy egy reguláris páros gráf élhalmaza partícionálható teljes párosításokra! (Tehát az élek kiszínezhetőek r db színnel úgy, hogy mindegyik egyszínű élhalmaz egy teljes párosítást adjon.)

4. Egy kiránduláson a résztvevő n házaspár között akarunk szétosztani $2n$ különböző csokoládét úgy, hogy mindenki egyet kapjon. Tudjuk, hogy mindenki legalább n fajtát szeret a csokoládék közül, és hogy minden csokoládét minden házaspárnak legalább az egyik tagja szereti. Bizonyítsuk be, hogy a csokoládék kioszthatók úgy, hogy mindenki olyat kapjon, amilyet szeret.

5. Határozzuk meg az alábbi gráfokban a maximális párosítást!

(a)  (b) 

6. Határozzuk meg az alábbi gráfokra $\alpha(G)$, $\nu(G)$, $\rho(G)$ és $\tau(G)$ értékeit?
   (a) $K_{3,3}$,
   (b) K_5
   (c) $V(G) = \{v_1, v_2, \ldots, v_{2004}\}$ és $(v_i, v_j) \in E(G)$, ha $i + j$ hárommal osztva 1 maradékot ad.

7. Igazoljuk, hogy tetszőleges n csúcsú G egyszerű gráfra fennáll, hogy $\alpha(G) \geq n - 2\nu(G)$.

8. Legyen G egy $2n$ pontú gráf, mely egy $2n - 1$ pontú L útból és egy c pontból áll, ami L minden pontjával össze van kötve. Mennyi $\tau(G)$?

9. A G gráfnak $2n$ pontja van, és tudjuk, hogy minden pont foka legalább n. Határozzuk meg $\nu(G)$ és $\rho(G)$ értékét!