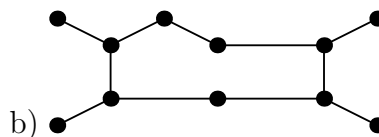
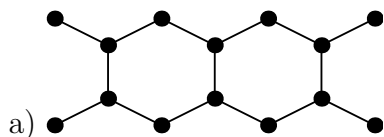


Bevezetés a számításelméletbe II.

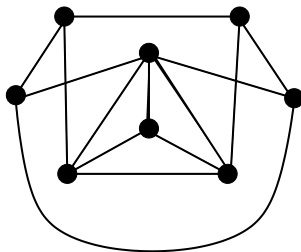
2011. FEBRUÁR 14.

2. gyakorlat: Színezések

1. Döntsük el az alábbi gráfokról, hogy párosak-e! Ha igen, színezzük meg a csúcsokat két színnel, ha nem, bizonyítsuk be, hogy ez nem lehetséges!



2. Hány szín szükséges az alábbi gráf pontjainak kiszínezéséhez?



3. Legyen $V(G) = \{v_1, \dots, v_{100}\}$, ahol v_i és v_j között akkor és csak akkor megy él, ha $7 \geq |i - j|$. Mennyi G kromatikus száma?
4. Mutassunk egy olyan gráfot, melyben nincs teljes 4 pontú részgráf, de nem színezhető ki 3 színnel.
5. Tegyük fel, hogy a G gráfot megszíneztük $\chi(G)$ színnel; legyen ezek közül a színek közül kettő a piros és a kék. Bizonyítsd be, hogy ekkor található a gráfban két szomszédos csúcs, amelyek közül az egyik piros, a másik kék.
6. Lássuk be, hogy $|E(G)| \geq \binom{\chi(G)}{2}!$
7. Legyen G egy olyan egyszerű gráf, amelynek pontjai számozhatóak úgy, hogy minden pont legfeljebb kettő nála nagyobb sorszámúval szomszédos. Igazoljuk, hogy $\chi(G) \leq 3$.
8. Adott a síkban néhány egyenes úgy, hogy semelyik három nem megy át egy ponton. Legyen G az ezek által meghatározott gráf: G csúcsai az egyenesek metszéspontjai, két csúcs pedig akkor szomszédos, ha az egyik egyenesen szomszédos metszéspontok. Mutassuk meg, hogy $\chi(G) \leq 4!$
9. A G egyszerű gráfról tudjuk, hogy minden páratlan hosszú köre átmegy a v ponton. Mutassuk meg, hogy ekkor G pontjai kiszínezhetőek 3 színnel!
10. Bizonyítsuk be, hogy $\chi(G) \cdot \chi(\overline{G}) \geq |V(G)|!$