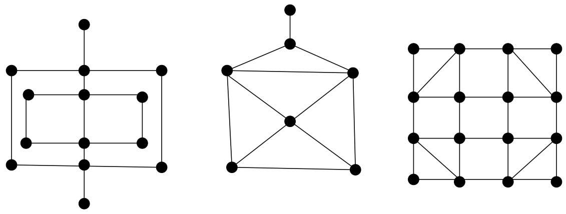
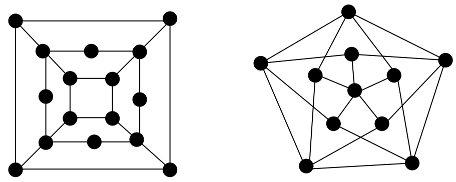
Bevezetés a számításelméletbe II.
2011. FEBRUÁR 7.
1. gyakorlat: Euler- és Hamilton bejárások

Információk: http://www.cs.bme.hu/~csorba/bsz2

1. Elkészíthetők-e a ceruza felemelése nélkül az alábbi ábrák úgy, hogy minden vonalon pontosan egyszer haladunk végig?



2. Van-e abban az egyszerű gráfban Euler-út, melynek fokszámai a következők: 4,4,4,4,4,3,3,2,2,2?
3. Egy egyszerű G gráf csúcsait az $1, 2, \ldots, 100$ számok jelölik. Az i és j csúcsok között pontosan akkor vezet él G-ben, ha $|i - j| \leq 2$.
   (a) Tartalmaz-e G Euler-kört, illetve utat?
   (b) Hamilton-kört, illetve utat?
4. Van-e a következő gráfokban Hamilton-kör, illetve út?



5. Mutassuk meg, hogy $n \geq 5$-re igaz az alábbi két állítás!
   (a) Létezik olyan n csúcsú G gráf, hogy G is és $\overline{G}$ is tartalmaz Hamilton-kört.
   (b) Létezik olyan n csúcsú gráf, hogy sem G, sem $\overline{G}$ nem tartalmaz Hamilton-kört.
6. Legalább hány éle van egy olyan hat pontú gráfnak, melynek van Hamilton-köre?
7. Legfeljebb hány éle van egy olyan hat pontú gráfnak, melynek nincs Hamilton-köre?
8. Igazoljuk, hogy ha egy gráf minden pontjának a foka 4, akkor élei színezhetők piros és kék színekkel úgy, hogy minden ponthoz két piros és két kék él illeszkedjék!
9. (ZH 2010) Egy G egyszerű gráf pontjainak száma 100, legkisebb fokszáma pedig 80. Mutassuk meg, hogy G tartalmaz 16 olyan Hamilton-kört, melyek közül semelyik kettőnek nincs közös éle.
10. Lássuk be, hogy egy $2n - 1$ pontú gráfban, ahol minden csúcs foka legalább $n - 1$ létezik Hamilton-út!
11. Be lehet-e járni lóval egy 4×4-es sakktáblát úgy, hogy minden mezőre pontosan egyszer lépjünk?