

#### 4. gyakorlat Gauss-elimináció

1. Oldd meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket! Használd a Gauss-elimináció módszerét!

$$\begin{array}{rcl} -x + 3y + 3z & = & 2 \\ 3x + y + z & = & 4 \\ 2x - 2y + 3z & = & 10 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x + 3y + 2z & = & 3 \\ 3x + 5y + 10z & = & 5 \\ 3x + 2y + 13z & = & 2 \\ 6x + 13y + 17z & = & 13 \end{array} \quad \begin{array}{rcl} x + 3y + 2z & = & 3 \\ 3x + 5y + 10z & = & 5 \\ 3x + 2y + 13z & = & 2 \\ 6x + 13y + 17z & = & 11 \end{array}$$

2. Három testvér, Anna, Balázs és Cili számolósat játszanak úgy, hogy összeadogatják és kivonogatják az éveik számát. Először Anna és Balázs életkorának összegéből vonják ki Ciliét, és 11-et kapnak. Anna és Cili korának összegéből Balázst kivonva 1-et, végül Balázs és Cili korának összegéből Annát kivonva 5 jön ki. Hány évesek a gyerekek?
3. Döntsük el, hogy a  $c$  valós paraméter milyen értékeire van megoldása az alábbi egyenletrendszernek! Ha van megoldás, adjuk is meg az összeset!

$$\begin{array}{rcl} -x + 3y - z - 3w & = & -2 \\ 2x - 6y + 5z + 12w & = & 7 \\ 3x - 9y + 5z + cw & = & 9 \end{array}$$

4. Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  paraméterek függvényében az alábbi egyenletrendszer megoldásainak számát.

$$\begin{array}{rcl} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & = & 4 \\ 2x_1 + 6x_2 + 7x_3 & = & 9 \\ 3x_1 + 6x_2 + ax_3 & = & b \end{array}$$

5. Adjuk meg a térben az alábbi egyenletekkel megadott  $S_1$ ,  $S_2$  és  $S_3$  síkok (összes) metszéspontját!

$$\begin{array}{l} S_1 : 2x - y + 5z = 3 \\ (a) S_2 : 3x + 2y + 6z = 4 \\ S_3 : 4x - 9y + 13z = 9 \end{array} \quad \begin{array}{l} S_1 : x + y + z = 6 \\ (b) S_2 : 2x + 3y - 2z = 0 \\ S_3 : 5x + 7y - 3z = 6 \end{array}$$

6. Lineárisan független-e az alábbi,  $\mathbb{R}^4$ -beli vektorrendszer?

$$\left( \begin{array}{c} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 3 \\ 2 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 4 \end{array} \right), \left( \begin{array}{c} 1 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \end{array} \right)$$

7. Tekintsünk egy egész együtthatós lineáris egyenletrendszert (az egyenletekben a változók együtthatói és a jobb oldalon álló számok is egészek). Melyek igazak az alábbi állítások közül?
- (a) Ha van megoldás a racionális számok körében, akkor van az egész számok körében is.  
(b) Ha van megoldás a valós számok körében, akkor van a racionális számok körében is.

8. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\frac{x-1982}{29} + \frac{x-1984}{27} + \frac{x-1986}{25} + \frac{x-1988}{23} = \frac{x-29}{1982} + \frac{x-27}{1984} + \frac{x-25}{1986} + \frac{x-23}{1988}$$

Adjuk meg a  $t$  valós paraméter függvényében az alábbi lineáris egyenletrendszer megoldásait!

$$\begin{array}{rcl} x + 2y - z & = & t \\ x - 8y + 9z & = & 10 \\ 2x - y + 3z & = & 6 \end{array}$$

Oldjuk meg a Gauss-féle elimináció módszerével a következő lineáris egyenletrendszereket.

$$\begin{array}{l} a) \quad \begin{array}{rcl} -x + 3y + 3z & = & 2 \\ 3x + y + z & = & 4 \\ 2x - 2y + 3z & = & 10 \end{array} \\ b) \quad \begin{array}{rcl} 2x + 3y + z & = & 11 \\ x - y - 2z & = & -7 \\ 3x + 2y - z & = & 2 \end{array} \\ c) \quad \begin{array}{rcl} 2x + 3y + z & = & 11 \\ x - y - 2z & = & -7 \\ 3x + 2y - z & = & 4 \end{array} \end{array}$$