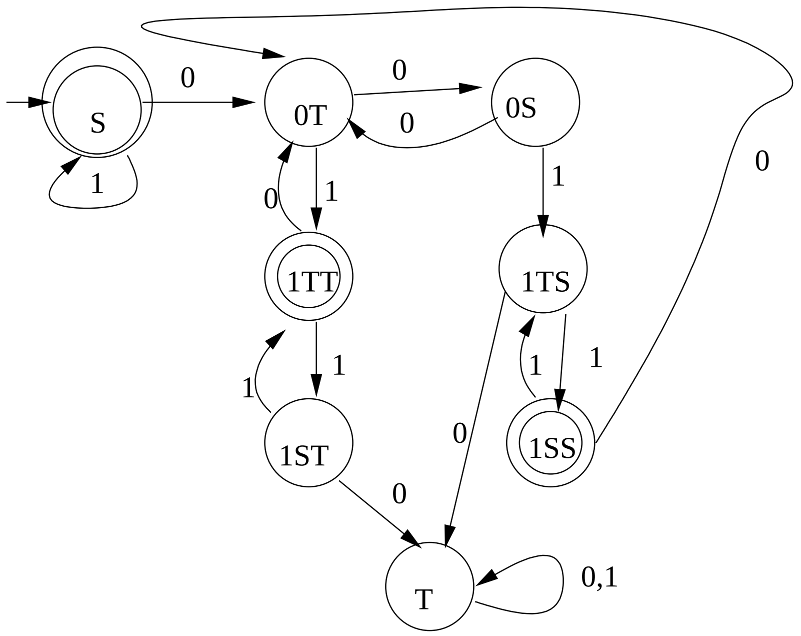
Formális nyelvek vizsga-megoldás

2001. június 19.

1. Az alábbi automata jó lesz:



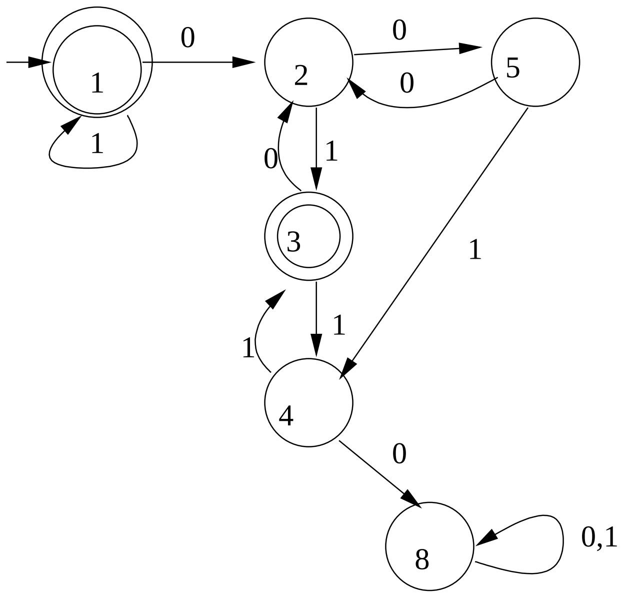
Az állapotok magyarázata:
S: még nem jött 1 a szóban
0T: Páratlan sok 0 jött az utolsó homogén sorozatban
0S: Páros sok 0 (és legalább 2) jött az utolsó homogén sorozatban
1TT: Páratlan sok 1 jött az utolsó homogén sorozatban és most arra hajtunk, hogy páratlan sok jöjjön
1ST: Páros sok 1 jött az utolsó homogén sorozatban és most arra hajtunk, hogy páratlan sok jöjjön
1TS: Páratlan sok 1 jött az utolsó homogén sorozatban és most arra hajtunk, hogy páros sok jöjjön
1SS: Páros sok 1 jött az utolsó homogén sorozatban és most arra hajtunk, hogy páros sok jöjjön
T: csapda

Kis magyarázat még: megállni csak S-ben lehet, illetve akkor ha páratlan 0-sorozat után páratlan sok 1 jött, vagy ha páros 0-sorozat után páros sok 1 jött. Csapdába akkor megyünk, ha páros sok 0 után páratlan sok 1-ből, vagy páratlan sok 0 után páros sok 1-ből álló sorozat jön.

Ez már egyben teljesen specifikált is, úgyhogy jöhet a minimalizálás:

(S=1, 0T=2, 1TT=3, 1ST=4, 0S=5, 1TS=6, 1SS=7, T=8)

137——24568
1——37——246——58
1——37——246——5——8
1——37——2——46——5——8
És ez már nem változik, tehát a minimálautomata:



2. A nyelvtan úgy működik, hogy először lerakunk valamennyi 0-t, közben állapotban jegyezzük meg, hogy páros vagy páratlan sokat tettünk le. Ezután jön két 1, eközben is emlékszünk meg arra, hogy az elején páros sok 0 volt-e. Aztán jön valamennyi 0 úgy, hogy összességében páratlan sok legyen. a nyelvtan konstrukciója mutatja, hogy csak akkor tudjuk befejezni a levezetést, ha letettünk középen két 1-t és ha összesen páratlan darab 0 van. Továbbá az is látszik, hogy minden ilyen alakú szó előállítható.

A nyelvtan és a szabályonkénti kommentár:

$S_0 \to 0S_1 \mid 1A_{10}$ \\Eddig páros sok 0 volt, most vagy leteszünk egyet és lesz páratlan sok vagy áttérünk az 1-k lerakására, ekkor az állapotban megjegyzzük, hogy 1 darab 1-t raktunk le és hogy páros sok 0 volt a szó elején
$S_1 \to 0S_0 \mid 1A_{11}$ \\Eddig páratlan sok 0 volt, most vagy leteszünk egyet és lesz páros sok vagy áttérünk az 1-k lerakására, ekkor az állapotban megjegyzzük, hogy 1 darab 1-t raktunk le és hogy páratlan sok 0 volt a szó elején
$A_{10} \to 1A_{20}$ \\Lerakjuk a második 1-t, az állapotban feljegyezzük, hogy 2 darab 1-t raktunk le és hogy páros sok 0 volt a szó elején
$A_{11} \to 1A_{21}$ \\Lerakjuk a második 1-t, az állapotban feljegyezzük, hogy 2 darab 1-t raktunk le és hogy páratlan sok 0 volt a szó elején
$A_{20} \to 0B_1$ \\A szó elején páros sok 0 volt, most leteszünk még egyet, lesz

páratlan sok eddig összesen a szóban
$A_{21} \rightarrow 0B_1 \mid \epsilon$ \\A szó elején páratlan sok 0 volt, most vagy leteszünk még egyet, és lesz páros sok eddig összesen a szóban, vagy megállunk a generálásban és a szó 1-re végződik.
$B_1 \rightarrow 0B_0 \mid \epsilon$ \\Eddig páratlan sok 0 volt, most leteszünk még egyet és lesz páros sok vagy befejezzük a levezetést.
$B_0 \rightarrow 0B_1$ \\Eddig páros sok 0 volt, most leteszünk még egyet és lesz páratlan sok.

3. Az elv: az első betű olvasásakor megjegyezzük, hogy az a volt-e vagy b (ezt az állapotban tároljuk). A szó első felében minden újabb beolvasott karakter hatására beteszünk a verembe egy X-et. Ha olyan betű jön, amilyennel a szó kezdődött, akkor dönthetünk úgy, hogy megfordulunk és leellenőrizzük, hogy a szó felénel voltunk-e és hogy a szó azzal is végződik-e, amivel kezdődött. Mivel nem tudjuk, hogy hol a szó közepe, ezért az automata nem determinisztikus lesz. Ha a második részben ugyanannyi betű van, mint az elsőben volt és a szó ugyanarra végződik, amivel kezdődött, akkor kiürítjük a vermet és így elfogadunk. A végződést megint nemdeteminisztikus módon döntjük el: ha a volt a kezdés, akkor a második részben tetszőleges a-t tekinthetünk utolsónak, ekkor egy új állapotba megyünk. Ha az a nem az utolsó betű volt, akkor elakadunk, különben meg kiürítjük a vermet.
Az automatánk üres veremmel elfogadó PDA lesz.
Szabályai:
$\delta(q_0, a, Z_0) = (q_a, XZ_0)$ \\elraktározzuk az állapotban, hogy a-val kezdődött
$\delta(q_0, b, Z_0) = (q_b, XZ_0)$ \\elraktározzuk az állapotban, hogy b-vel kezdődött
$\delta(q_a, a, X) = (q_a, XX)$ \\az első részben vagyunk
$\delta(q_a, b, X) = (q_a, XX)$ \\az első részben vagyunk
$\delta(q_b, a, X) = (q_a, XX)$ \\az első részben vagyunk
$\delta(q_b, b, X) = (q_a, XX)$ \\az első részben vagyunk
$\delta(q_a, a, X) = (q_a^1, X)$ \\úgy döntünk, hogy elkezdjük a második részt
$\delta(q_b, b, X) = (q_b^1, X)$ \\úgy döntünk, hogy elkezdjük a második részt
$\delta(q_a^1, a, X) = (q_a^1, \epsilon)$ \\a második részben vagyunk
$\delta(q_a^1, b, X) = (q_a^1, \epsilon)$ \\a második részben vagyunk
$\delta(q_b^1, a, X) = (q_b^1, \epsilon)$ \\a második részben vagyunk
$\delta(q_b^1, b, X) = (q_b^1, \epsilon)$ \\a második részben vagyunk
$\delta(q_a^1, a, X) = (q_F, \epsilon)$ \\úgy döntünk, hogy ez az a lesz az utolsó
$\delta(q_b^1, b, X) = (q_F, \epsilon)$ \\úgy döntünk, hogy ez a b lesz az utolsó
$\delta(q_F, \epsilon, Z_0) = (q_F, \epsilon)$ \\a vermet kiürítjük

4. A nyelvtan jólfésült.
Egy nemterminális van, ezért az első fázisban csak a közvetlen balrekurziót kell kiküszöbölni: $S \rightarrow b\hat{S} \mid b$, $\hat{S} \rightarrow Sa \mid Sa\hat{S}$
Ezután a visszahelyettesítés:
$S \rightarrow b\hat{S} \mid b$, $\hat{S} \rightarrow ba \mid ba\hat{S} \mid b\hat{S}a \mid b\hat{S}a\hat{S}$

A belső terminálisoakt is átírva:
$S \to b\hat{S} \mid b$, $\hat{S} \to bA \mid bA\hat{S} \mid b\hat{S}A \mid b\hat{S}A\hat{S}$, $A \to a$

5. Fel lehet írni a nagy elemzőtáblát, de ennyi is elég: az S és a) között egyrészt nyél belseje van, mert $S \to (S)$ szabály van, másrészt nyél vége is van. Nyél vége azért van, mert az $S \to i(L)$ szabályban L után áll) és van $L \to L - S$ szabály is. Így az is lehet, hogy amikor S után) áll, akkor ott épp az $L - S$ jobboldal fejeződött be egy) előtt. Így a nyél eleje és vége ütközik, az meg nem lehet.

6. Biztos nem $LL(0)$ elemezhető, mert nem egy szóból áll a generált nyelv.
Nézzük az $LL(1)$-et:

	S_1	$\{\ \epsilon\ \}$
a	aaS_2bb,1	$\{b\}$
a	a,2	
ϵ	$\epsilon, 3$	

Azaz itt ütközés van, nem lehet $LL(1)$ elemezni sem.

Nézzük az $LL(2)$-t:

	S_1	$\{\ \epsilon\ \}$
aa	aaS_2bb,1	$\{bb\}$
a	a,2	
ϵ	$\epsilon, 3$	

	S_2	$\{\ bb\ \}$
aa	aaS_2bb,1	$\{bb\}$
ab	a,2	
bb	$\epsilon, 3$	

Tehát elemezhető gyengén $k = 2$-re és az elemző tábla:

	aa	ab	ba	bb	a	b	ϵ
S_1	aaS_2bb,1				a,2		ϵ,3
S_2	aaS_2bb,1	a,2		ϵ,3			
a	pop	pop			pop		
b			pop	pop		pop	
ϵ							A

Van erős elemző is $k = 2$-re, mert a táblázatban az S_1 és S_2 sora nem ütközik, össze lehetne húzni őket.

Az elemzés:
$(S_1\ ,\ aaaaabbb\ ,\ \epsilon) \to$
$(aaS_2bb\ ,\ aaaaabbb\ ,\ 1) \to$
$(aS_2bb\ ,\ aaaabbb\ ,\ 1) \to$
$(S_2bb\ ,\ aaabbb\ ,\ 1) \to$

$(aaS_2bbbb\ ,\ aaabbb\ ,\ 11) \rightarrow$
$(aS_2bbbb\ ,\ aabbb\ ,\ 11) \rightarrow$
$(S_2bbbb\ ,\ abbb\ ,\ 11) \rightarrow$
$(abbbb\ ,\ abbb\ ,\ 112) \rightarrow$
$(bbbb\ ,\ bbb\ ,\ 112) \rightarrow$
$(bbb\ ,\ bb\ ,\ 112) \rightarrow$
$(bb\ ,\ b\ ,\ 112) \rightarrow$
$(b\ ,\ \epsilon\ ,\ 112) \rightarrow$
Hiba!! A szó nem elemezhető.