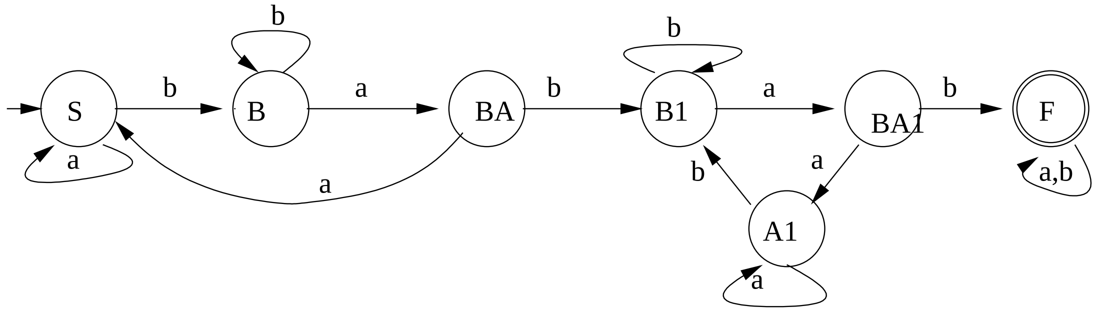
Formális nyelvek vizsga-megoldás

2001. május 29.

1. Az alábbi automata jó lesz:



Az állapotok jelentései:

S: nem volt még *bab* és vagy *a*-t olvastunk utoljára (de nem *ba*-t) vagy még nem olvastunk semmit
B: nem volt még *bab* és *b*-t olvastunk utoljára
BA: nem volt még *bab* és *ba*-t olvastunk utoljára
1B: egy *bab* volt eddig és *b*-t olvastunk utoljára
1BA: egy *bab* volt eddig és *ba*-t olvastunk utoljára
1A: egy *bab* volt eddig és *a*-t olvastunk utoljára, de nem *ba*-t
F: volt már két *bab*

Ez minimális, mint azt az algoritmus mutatja:
(S=1, B=2, BA=3, B1=4, BA1=5, A1=6, F=7)

123456— —7
12346——5— —7
1236— —4— —5— —7
12— —3——6——4——5——7
1——2——3——4——5——6——7

2. Tegyük fel, hogy a nyelv reguláris. Tekintsük a pumpálási lemma által garantált p számot, melyre igaz, hogy tetszőleges legalább p hosszú L-beli szóban levő, tetszőleges legalább p hoszú részszóban lehet pumpálni. Vegyük az $a^{2p+1}b^{2p-2}a$ szót. Ez a nyelvbe tartozik, hiszen az első fele $2p$ darab a-ból áll, a második fele pedig 2 darab a -t tartalmaz. A pumpálási lemma szerint a b^{2p-2} részszóban is kell tudni pumpálni. Ha itt pumpálunk, akkor a keletkező szó első felébe $2p+1$ darab a fog jutni, mert a szó közepe eltolódik hátrább, valahova a b sorozatba. Így a szó már nem lesz benne a nyelvben. Ellentmondás.

3. A szabályok és a kommentár:
lesz 4 állapot: q_0, q_1, q_2, q_3, az automata üres veremmel fog elfogadni.
q_0 jelentése: a szó első felében vagyunk, eddig páros sok a jött
q_1 jelentése: a szó első felében vagyunk, eddig páratlan sok a jött
q_2 jelentése: a szó második felében vagyunk, a második félben eddig páros

sok a jött
q_3 jelentése: a szó második felében vagyunk, a második félben eddig páratlan sok a jött

Az első fázisban (amíg q_0 és q_1 van) minden elolvasott karakter után berakunk egy X-et a verembe és az állapotban nyilvántartjuk, hogy páros vagy páratlan a jött eddig.
A q_0 állapotban abbahagyhatjuk az első fázist, és elkezdhetjük a szó második felét olvasni. Itt minden beolvasott karakter hatására kiveszünk egy X-et a veremből (ezzel ellenőrizzük majd, hogy pont a felénél fordultunk-e meg), és innetől a q_2 illetve q_3 állapotban tartjuk nyilván, hogy páros vagy páratlan sok a volt-e a második részben.
Akkor lehet elfogadni, ha elfogy a veremből az X, ekkor q_2-ben vagyunk és az input üres.
A fentiek szellemében:

$\delta(q_0, \epsilon, Z_0) = (q_0, \epsilon)$ \\ha ϵ az input, azt el kell fogadni
$\delta(q_0, a, Z_0) = (q_1, XZ_0)$ \\elkezdjük az első fázist a-val
$\delta(q_0, b, Z_0) = (q_0, XZ_0)$ \\elkezdjük az első fázist b-vel
$\delta(q_1, a, X) = (q_0, XX)$ \\első fázis közben vagyunk
$\delta(q_1, b, X) = (q_1, XX)$ \\első fázis közben vagyunk
$\delta(q_0, a, X) = (q_1, XX)$ \\első fázis közben vagyunk
$\delta(q_0, b, X) = (q_0, XX)$ \\első fázis közben vagyunk
$\delta(q_0, a, X) = (q_3, \epsilon)$ \\elkezdjük a második fázist
$\delta(q_0, b, X) = (q_2, \epsilon)$ \\elkezdjük a második fázist
$\delta(q_2, a, X) = (q_3, \epsilon)$ \\második fázis közben vagyunk
$\delta(q_2, b, X) = (q_2, \epsilon)$ \\második fázis közben vagyunk
$\delta(q_3, a, X) = (q_2, \epsilon)$ \\második fázis közben vagyunk
$\delta(q_3, b, X) = (q_3, \epsilon)$ \\ma'sodik fázis közben vagyunk
$\delta(q_2, \epsilon, Z_0) = (q_2, \epsilon)$ \\ha elfogy az X a veremből és páros sok a volt a második részben, akkor el kell fogadni

4. A nyelvtan jólfésült(nincs epszilon-szabály, lánc se és felesleges szimbólum se), jöhet az algoritmus.
Az algoritmus szerint:
először rendezzük a nemterminálisokat: $S < B$
aztán $S \to BS \mid a$, $B \to BSS \mid aS \mid b$, mert a B baloldalú szabályok jobboldalán az első S helyére beírtuk az S-hez tartozó jobboldalakat.
Aztán: $\hat{B} \to SS\hat{B} \mid SS$, $S \to BS \mid a$, $B \to aS \mid b \mid aS\hat{B} \mid b\hat{B}$
a B-nél előforduló közvetlen balrekurziót kiküszöbölve.
Aztán: $B \to aS \mid b \mid aS\hat{B} \mid b\hat{B}$
$S \to aSS \mid bS \mid aS\hat{B}S \mid b\hat{B}S \mid a$,
$\hat{B} \to aSSS\hat{B} \mid bSS\hat{B} \mid aS\hat{B}SS\hat{B} \mid aS\hat{B}$
$b\hat{B}SS\hat{B} \mid aSSS \mid bSS \mid aS\hat{B}SS \mid b\hat{B}SS \mid aS$
És ez már olyan, amilyen kell.

5. Több lehetőség is van. Egyik: táblácskákat számolunk és kiderül, hogy ütközés van. Konkrétan például annál a B-nél amelyik az első B-ként jön be az $ABBA$-ben nem tudunk majd dönteni: a lokális követő nyelv tartalmazza a b-t ezért mind az ϵ, mind a b-s szabály esetén láthatunk b-t 1 hosszú

előretekintés esetén.
Másik lehetőség: észrevesszük hogy a nyelvtan nem egyértelmű, ezért tutira nem LL elemezhető. Például az a szónak is két levezetése van: $S \Rightarrow ABBA \Rightarrow aBBA \Rightarrow aBA \Rightarrow aA \rightarrow a$ és $S \Rightarrow ABBA \Rightarrow BBA \Rightarrow BA \Rightarrow A \rightarrow a$

6.

$\mathbf{T_0}$

$S' \rightarrow .S$
$S \rightarrow .aSS$
$S \rightarrow .b$

$\mathbf{T_0S = T_1}$

$S' \rightarrow S.$

$\mathbf{T_0a = T_2}$

$S \rightarrow a.SS$
$S \rightarrow .aSS$
$S \rightarrow .b$

$\mathbf{T_0b = T_3}$

$S \rightarrow b.$

$\mathbf{T_2S = T_4}$

$S \rightarrow aS.S$
$S \rightarrow .aSS$
$S \rightarrow .b$

$\mathbf{T_2a = T_2}$

$\mathbf{T_2b = T_3}$

$\mathbf{T_4S = T_5}$

$S \rightarrow aSS.$

$\mathbf{T_4a = T_2}$

$\mathbf{T_4b = T_3}$

A táblázat:

		S	a	b
T_0	S	T_1	T_2	T_3
T_1	A			
T_2	S	T_4	T_2	T_3
T_3	2			
T_4	S	T_5	T_2	T_3
T_5	1			

És az elemzés:
$(T_0\ ,\ ababb\ ,\ \epsilon) \rightarrow$
$(T_0aT_2\ ,\ babb\ ,\ \epsilon) \rightarrow$
$(T_0aT_2bT_3\ ,\ abb\ ,\ \epsilon) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4\ ,\ abb\ ,\ 2) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4aT_2\ ,\ bb\ ,\ 2) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4aT_2bT_3\ ,\ b\ ,\ 2) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4aT_2ST_4\ ,\ b\ ,\ 22) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4aT_2ST_4bT_3\ ,\ \epsilon\ ,\ 22) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4aT_2ST_4ST_5\ ,\ \epsilon\ ,\ 222) \rightarrow$
$(T_0aT_2ST_4ST_5\ ,\ \epsilon\ ,\ 2221) \rightarrow$
$(T_0ST_1\ ,\ \epsilon\ ,\ 22211) \rightarrow$
Accept