

# Adatbáziskezelés

## Relációs algebra

Csima Judit

BME, VIK,  
Számítástudományi és Információelméleti Tanszék

2018. szeptember 14.

Ahogy már szó volt róla:

Legfontosabb és leggyakoribb a létező adatmodellek közül.

Eddig:

- intuitív kép arról, hogy mi egy reláció
- hogyan kell E/K modellből relációkat előállítani

# Mit tanulunk a relációs adatmodellről?

- 1 elvi keret: alapfogalmak, alapműveletek
- 2 konkrét nyelv: SQL (sémadefinícióra, adatmódosításra és lekérdezésre)
- 3 tervezés: minél jobb séma kialakítása, séma átalakítása, matematikai elmélet

# Relációs adatmodell

Leginkább úgy gondolunk a relációra, mint egy síkbeli táblázatra:

$R_1$	$A_1$	$A_2$
	1	y
	1	z
	3	y

$R_2$	$A_1$	$A_3$
	2	y
	1	z

Igazából a sorok sorrendje nem számít és az oszlopoké (attribútumoké) sem. Egyelőre feltesszük, hogy egy sor csak egyszer szerepel (a multihalmazos lehetőségről majd az SQL-nél beszélünk).

## Relációs séma vs. reláció

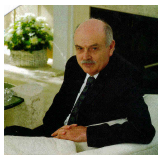
Relációs séma: amikor megadjuk, hogy mi a neve a táblázatnak és mik az oszlopai

általánosan:  $R(A_1, \dots, A_n)$ , ahol  $R$  a reláció neve, az  $A_i$ -k pedig az attribútumok nevei.

Például: Személy(Vezetéknév, Keresztnév, Neme, Végzettsége)

Reláció: a konkrét, kitöltött, a sémára illeszkedő táblázat (a sorok összessége)

A sémának további részei is lesznek még (a függések), a sémára illeszkedő relációnak ezeket is be kell tartania.



Edgar F. Codd, (1932–2003 )

1970-es cikk: *A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks*

Teljes adatmodell: nem csak azt mondja meg hogyan írok le az adatot, hanem vannak műveletek is.

Ezeket a műveleteket relációkra alkalmazhatom és így újabb relációkat kapok majd.

# A relációs algebra alapműveletei

- Halmazműveletek (bármilyen halmazra mennének)
  - unió:  $\cup$
  - különbség:  $\setminus$
  - szorzat:  $\times$
- Relációs műveletek (ezek már kihasználják, hogy itt relációról van szó)
  - vetítés, projekció:  $\pi$
  - kiválasztás, szelekció:  $\sigma$

Ezek mind tiszta műveletek: reláció  $\rightarrow$  reláció  
 $\implies$  gond nélkül egymásba ágyazhatók

# Unió

- $R, S$  relációk  $\implies R \cup S$  :  $R$  és  $S$  sorai együtt  
Azonos sorok csak egyszer szerepelnek. (Gyakorlatban néha lehetnek azonos sorok.)
- csak akkor alkalmazható, ha  $R$  és  $S$  oszlopszáma egyenlő
- nem feltétlenül örököl típusokat vagy attribútum neveket
- Példa:

$R$	$A$	$B$
	$a$	$a$
	$a$	$c$
	$b$	$a$

$S$	$A$	$C$
	$a$	$a$
	$a$	$d$
	$a$	$c$
	$b$	$b$

$R \cup S$	$A$	$(R \cup S)_2$
	$a$	$a$
	$a$	$c$
	$b$	$a$
	$a$	$d$
	$b$	$b$



# Különbség

- $R, S$  relációk  $\implies R \setminus S$ :  $R$  azon sorai, amelyek  $S$ -ben nem szerepelnek
- nincs kompatibilitási követelmény (Ha pl. különböző az oszlopszám: nem szerepelhetnek azonos sorok úgysem, ekkor  $R \setminus S = R$ ).
- Az eredmény örökli  $R$  típusait és attribútum neveit (mert  $R \setminus S \subseteq R$ )
- Példa:

$R$	$A$	$B$
	$a$	$a$
	$a$	$c$
	$b$	$a$

$S$	$A$	$C$
	$a$	$a$
	$a$	$d$
	$a$	$c$
	$b$	$b$

$R \setminus S$	$A$	$B$
	$b$	$a$

## Szorzat (direkt szorzat, Descartes szorzat)

- $R(A_1, \dots, A_k), S(B_1, \dots, B_\ell)$   $k$  ill.  $\ell$  attribútumos relációk  
 $\implies R \times S$  :  $k + \ell$  attribútumos reláció,  $R$  minden sora mögé odatesszük  $S$  minden sorát, minden lehetséges módon.  
Ha  $R$ -nek  $n$  sora van  $S$ -nek  $m$  sora  $\implies R \times S$ -nek  $nm$  sora van
- nincs kompatibilitási követelmény
- Az eredmény lényegében öröklí  $R$  és  $S$  típusait és attribútum neveit, esetleg át kell nevezni.
- Az unió és különbség könnyű művelet, a szorzat nehezebb. Vigyázni kell mennyit használjuk.

## Szorzat, példa

$R$	$A$	$B$
	$a$	$a$
	$a$	$c$
	$b$	$a$

$S$	$A$	$C$
	$a$	$a$
	$a$	$d$
	$a$	$c$
	$b$	$b$

$R \times S$	$A$	$B$	$A'$	$C$
	$a$	$a$	$a$	$a$
	$a$	$a$	$a$	$d$
	$a$	$a$	$a$	$c$
	$a$	$a$	$b$	$b$
	$a$	$c$	$a$	$a$
	$a$	$c$	$a$	$d$
	$a$	$c$	$a$	$c$
	$a$	$c$	$b$	$b$
	$b$	$a$	$a$	$a$
	$b$	$a$	$a$	$d$
	$b$	$a$	$a$	$c$
	$b$	$a$	$b$	$b$

- $R(A_1, \dots, A_l)$  alakú reláció  $\implies \pi_{A_{i_1}, \dots, A_{i_n}}(R)$ :  
 $R$  vetítése  $A_{i_1}, \dots, A_{i_n}$ -re (fontos a sorrend)  $\implies$   
Veszem az oszlopokat ebben a sorrendben, a többit eldobom és a többszörös sorokat is eldobom.  
Egy oszlop akár többször is szerepelhet.  $\implies$  átnevezés
- nincs kompatibilitási követelmény (persze amire vetítünk az  $R$ -nek attribútuma kell, hogy legyen)
- Az eredmény öröklí  $R$  típusait és attribútum neveit

## Példa:

$R$	$A$	$B$	$C$
	$a$	$b$	2
	$a$	$c$	3
	$b$	$c$	4

$\pi_A(R)$	$A$
	$a$
	$b$

$\pi_{C,B,B}(R)$	$C$	$B$	$B$
	2	$b$	$b$
	3	$c$	$c$
	4	$c$	$c$

## Kiválasztás, szelekció

- $R$  egy reláció  $\implies \sigma_F(R) =$  a reláció azon sorai, amelyekre az  $F$  formula teljesül.
- Teljesülni fog, hogy  $\sigma_F(R) \subseteq R$
- Nincs más megszorítás, csak hogy  $F$  értelmes legyen (erről mindjárt).
- Az eredmény örökli  $R$  típusait és attribútum neveit

## Példa:

$R$	$A$	$B$	$C$
	$a$	$b$	2
	$a$	$c$	3
	$b$	$c$	4

$\sigma_{A \neq B \wedge C > 2}(R)$	$A$	$B$	$C$
	$a$	$c$	3
	$b$	$c$	4

## Az $F$ formula:

- Atomok:  $A \theta B$ ,  $A \theta c$ ,  $c \theta B$ ,  
ahol  $A, B$  attribútumok,  $c$  érték (konstans),  $\theta \in \{<, >, =, \boxed{\leq, \geq, \neq}\}$
- Építkezés:  $\wedge, \vee, \neg$  Kvantorok, nincsenek!
- Példa:

DOLGOZÓ(NÉV,CÍM,FIZETÉS)

$\sigma_{\text{CÍM}='BP., Várna u.' \wedge \text{FIZETÉS} > '50000'}(\text{DOLGOZÓ})$



# Relációs algebra, fogalmak

- Alapreláció: A bevezetés, tervezés során definiált tábla, ami meg van adva.
- A relációs algebra relációi: amik kifejezhetők az alaprelációkból  $\cup, \setminus, \times, \pi, \sigma$  segítségével.
- Származtatott reláció: nem alapreláció, de kifejezhető.
- Fontos fogalom: egy lekérdező nyelv (igazi vagy modell) **relációsan teljes**, ha benne megvalósíthatók a relációs algebra alapműveletei:  
 $\cup, \setminus, \times, \pi, \sigma$

Ez utóbbi fontos követelmény, általában tudja is mindegyik.  
Inkább az a baj, hogy néha túl sokat tudnak, de nincs hatékony implementáció.

# Származtatott műveletek

Hasznosak, de mivel kifejezhetők az öt alpművelettel, ezért lényegében csak rövidítések.

## Metszet

- $R, S$  relációk  $\implies R \cap S : R \setminus (R \setminus S)$  azok a sorok, amelyek mindkettőben benne vannak.
- nincs kompatibilitási követelmény ( $\setminus$  tulajdonságai miatt)
- Az eredmény örökli  $R$  típusait és attribútum neveit ( $\setminus$  tulajdonságai miatt)

## Példa:

$R$	$A$	$B$
	$a$	$a$
	$a$	$c$
	$b$	$a$

$S$	$A$	$C$
	$a$	$a$
	$a$	$d$
	$a$	$c$
	$b$	$b$

$R \cap S$	$A$	$B \cap C$
	$a$	$a$
	$a$	$c$

## Természetes illesztés (natural join)

- $R(A_1, \dots, A_k, B_1, \dots, B_r), S(A_1, \dots, A_k, C_1, \dots, C_s)$  relációk  
 $\implies R \bowtie S$ :
  - Vegyük  $R \times S$ -t
  - Vesszük azokat a sorokat, ahol  $R.A_1 = S.A_1, \dots, R.A_k = S.A_k$ , a többit kidobjuk.
  - $\forall A_i$ -ből az egyik példányt eldobjuk, azaz vetítünk  $R.A_1, \dots, R.A_k, R.B_1, \dots, R.B_r, S.C_1, \dots, S.C_s$ -re
  - Azonos sorokat kidobjuk.
- $R \bowtie S = \pi_{R.A_1, \dots}(\sigma_{R.A_1=S.A_1, \dots}(R \times S))$

## Természetes illesztés (natural join)

- $R \bowtie S = \pi_{R.A_1, \dots}(\sigma_{R.A_1=S.A_1, \dots}(R \times S))$
- $R \bowtie S$ -nek hány oszlopa lesz?  $k + r + s$   
Ha nincs közös attribútum  $\implies R \bowtie S = R \times S$ .
- nincs kompatibilitási követelmény
- Az eredmény örökli  $R$  és  $S$  típusait és attribútum neveit
- Gyakorlatban ennél hatékonyabban számítjuk ki.
- Az oszlopok sorrendje nem definiált, de általában:  $R$  oszlopai, aztán  $S$  saját oszlopai.

# Példa

$R$	$A$	$B$	$C$
	$a$	$b$	2
	$a$	$c$	3
	$b$	$a$	4

$S$	$D$	$C$
	$a$	2
	$b$	3
	$x$	2

$R \bowtie S$	$A$	$B$	$C$	$D$
	$a$	$b$	2	$a$
	$a$	$b$	2	$x$
	$a$	$c$	3	$b$

## Példák relációs algebra alkalmazására

ÁRU(ÁRUKÓD, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR)

ELADVA(DÁTUM, ÁRUKÓD, DB)

BEVÉTEL(DÁTUM, ÖSSZEG)

BEFIZ(ÖSSZEG, BEFIZ)       $BEFIZ = ÖSSZEG - 4000$

A 2017. jan. 1. utáni napok bevételei a dátummal együtt:

$$\sigma_{DÁTUM > '2017-01-01'}(BEVÉTEL)$$

A 2017. jan. 15-i befizetett összeg és bevétel:

$$\pi_{ÖSSZEG, BEFIZ} \left( \sigma_{DÁTUM='2017-01-15'} (BEVÉTEL \bowtie BEFIZ) \right)$$

$$\pi_{ÖSSZEG, BEFIZ} \left( \sigma_{DÁTUM='2017-01-15'} (BEVÉTEL) \bowtie BEFIZ \right)$$

## Példa még

Hány darabot adtak el 2017. jan. 15-én az A123 kódú áruból, mi a neve és az ára?

$$\pi_{\text{DB, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR}} \left( \sigma_{\text{ÁKÓD}='A123' \wedge \text{D}='2002-01-15'} \left( \text{ELADVA} \bowtie \text{ÁRU} \right) \right)$$

$$\pi_{\text{DB, ÁRUNÉV, EGYSÉGÁR}} \left( \sigma_{\text{ÁKÓD}='A123' \wedge \text{D}='2002-01-15'} \left( \text{ELADVA} \right) \bowtie \text{ÁRU} \right)$$

ÁKÓD ÁRUKÓD-ot, D pedig DÁTUM-ot jelenti, csak rövidítenem kellett, különben nem fért volna ki :)



## Miért „természetes” illesztés?

Példa: TERMELŐ(TermelőNév, Termék, Ár, Cím)

- TermelőNév  $\rightarrow$  Cím
- TermelőNév, Termék  $\rightarrow$  Ár

Gond: ha TERMELŐ címét minden terméknel tároljuk  
 $\implies$  redundancia + veszélyek : cím mindig kell, minden módosításhoz;  
akkor is kell tudnom a címet, ha csak új árut akarok felvenni)

Megoldás: Inkább tároljuk két táblában:

$R = \pi_{\text{TermelőNév, Cím}}(\text{TERMELŐ})$  és

$S = \pi_{\text{TermelőNév, Termék, Ár}}(\text{TERMELŐ})$

$\implies \text{TERMELŐ} = R \bowtie S$  (ha kell egyben a tábla, vissza lehet állítani természetes módon)

## Kitérő: Jó-e bármilyen felbontás?

$$R' = \pi_{\text{TermelőNév, Cím, Ár}}(\text{TERMELŐ}) \text{ és}$$

$$S' = \pi_{\text{TermelőNév, Termék}}(\text{TERMELŐ})$$

$\implies$  minden terméknek ugyanolyan árai lesznek (sok ár lesz)

$$\implies \text{TERMELŐ} \not\subseteq R' \bowtie S'$$

Az lesz majd a kérdés, hogy mik lesznek a jó felbontások?

## Származtatott művelet még: bal (jobb) félillesztés

- $R(A_1, \dots, A_k, B_1, \dots, B_r), S(A_1, \dots, A_k, C_1, \dots, C_s)$  relációk  
 $\implies R \bowtie S = R$  azon sorai, amelyhez vannak passzoló sorok  $S$ -ben  
 $R \bowtie S = \pi_R(R \bowtie S)$
- $R \bowtie S \subseteq R$
- $R \bowtie S =$  ugyanez jobbról
- 

$R \bowtie S$	A	B	C
	a	b	2
	a	c	3

$R \bowtie S$	D	C
	a	2
	b	3
	x	2

## Származtatott művelet még: $\theta$ -illesztés

- $R, S$  relációk

$\Rightarrow R \bowtie_{R.A_i \theta S.B_j} S = R \times S$  azon sorai, amelyben az adott oszlopok  $\theta$  relációban vannak

$$R \bowtie_{R.A_i \theta S.B_j} S = \sigma_{R.A_i \theta S.B_j}(R \times S)$$

- Példa:

R	A	B	C
	a	b	2
	a	c	3
	b	a	4

S	D	E
	a	2
	b	3
	x	2

$R \bowtie_{C \leq E} S$	A	B	C	D	E
	a	b	2	a	2
	a	b	2	b	3
	a	b	2	x	2
	a	c	3	b	3

## Példa még

Mely nevű áruk azok, amelyekkel van azonos egységárú másik áru?

Itt az ÁRU reláció két sorát kell összevetni.

Átnevezés:

- Technikai segítség, ha pl. két relációban ugyanolyan attribútumnév van, és direkt szorzatot akarunk. Nem változtatja meg a reláció sorait, csak az attribútumok és a reláció nevét, ezért nem igazi művelet.
- $R(A_1, \dots, A_n)$  egy reláció  
 $\implies \rho_{S(B_1, \dots, B_n)}(R)$  = sorai megegyeznek  $R$  soraival, a reláció neve  $S$ , attribútumai rendre  $B_1, \dots, B_n$ .
- Ha csak a relációt akarjuk átnevezni:  $\rho_S(R)$

## Megoldás az előbbi kérdésre

$$\text{ÁRU1} = \rho_{\text{ÁRU1}}(\text{ÁRUKÓD1}, \text{ÁRUNÉV1}, \text{EGYSÉGÁR1})(\text{ÁRU})$$

$$\text{ÁRU2} = \rho_{\text{ÁRU2}}(\text{ÁRUKÓD2}, \text{ÁRUNÉV2}, \text{EGYSÉGÁR2})(\text{ÁRU})$$

$$\text{ÁRU3} = \text{ÁRU1} \bowtie_{\text{EGYSÉGÁR1} = \text{EGYSÉGÁR2} \wedge \text{ÁRUKÓD1} \neq \text{ÁRUKÓD2}} \text{ÁRU2}$$

$$\text{ÁRU4} = \pi_{\text{ÁRUNÉV1}}(\text{ÁRU3})$$

## További példák

TERMÉK(GYÁRTÓ, MODELL, TÍPUS)

PC(MODELL, SEBESSÉG, MEMÓRIA, MEREVLEMEZ, CD, ÁR)

LAPTOP(MODELL, SEBESSÉG, MEMÓRIA, MEREVLEMEZ,  
KÉPERNYŐ, ÁR)

NYOMTATÓ(MODELL, SZÍNES, TÍPUS, ÁR)

## A relációk jelentése

**TERMÉK:** az adott nevű gyártó gyártja az adott modellszámú és adott típusú (PC, Laptop vagy nyomtató) terméket

**PC:** modellszám, sebesség megaHz-ben, memória gigabájtban, merevlemez gigabájtban, a CD sebessége (pl. 4x), az ár

**LAPTOP:** mint PC-nél, plusz a képernyő mérete hüvelykben

**NYOMTATÓ:** modellszám, színes-e (i/n), típusa (tintasugaras, lézer, mátrix), ára

A modellszámokról feltesszük, hogy egyediek.



Melyek azok a PC modellek, amelynek sebessége legalább 150?

$$\pi_{\text{MODELL}} (\sigma_{\text{SEBESSÉG}} \geq 150 (\text{PC}))$$

Mely gyártók készítenek legalább egy gigás merevlemezű laptopot?

$$\pi_{\text{GYÁRTÓ}} \left( \text{TERMÉK} \bowtie \sigma_{\text{MEREVLEMEZ}} \geq 1 (\text{LAPTOP}) \right)$$

## Kérdés még

Adjuk meg a B gyártó által gyártott összes termék modellszámát és árát típustól függetlenül!

$$\begin{aligned} & \pi_{\text{MODELL, ÁR}} \left( \sigma_{\text{GYÁRTÓ}='B' \wedge \text{TÍPUS}='PC'} \left( \text{TERMÉK} \right) \bowtie \text{PC} \right) \cup \\ & \pi_{\text{MODELL, ÁR}} \left( \sigma_{\text{GYÁRTÓ}='B' \wedge \text{TÍPUS}='LAPTOP'} \left( \text{TERMÉK} \right) \bowtie \text{LAPTOP} \right) \cup \\ & \pi_{\text{MODELL, ÁR}} \left( \sigma_{\text{GYÁRTÓ}='B' \wedge \text{TÍPUS}='NY'} \left( \text{TERMÉK} \right) \bowtie \text{NYOMTATÓ} \right) \end{aligned}$$

## Kérdés még

Melyek azok a gyártók, akik laptopot gyártanak, de PC-t nem?

$$\text{TERMÉK1} = \rho_{\text{TERMÉK1}}(\pi_{\text{GYÁRTÓ, TÍPUS}}(\text{TERMÉK}))$$

$$\pi_{\text{GYÁRTÓ}}(\sigma_{\text{TÍPUS}='LAPTOP'}(\text{TERMÉK1})) \setminus \pi_{\text{GYÁRTÓ}}(\sigma_{\text{TÍPUS}='PC'}(\text{TERMÉK1}))$$

## Utolsó kérdés

Melyek azok a gyártók, amelyek gyártanak legalább két, egymástól különböző, legalább 133 Mhz-en működő PC-t vagy Laptopot? (Nincs két azonos modellszám!)

$$R1 = \pi_{\text{MODELL, SEBESSÉG}}(\text{PC}) \cup \pi_{\text{MODELL, SEBESSÉG}}(\text{LAPTOP})$$

$$R2 = \pi_{\text{GYÁRTÓ, MODELL}} \left( \sigma_{\text{SEBESSÉG}_i \geq 133} (R1) \bowtie \text{TERMÉK} \right)$$

$$R3 = \rho_{R3(\text{GYÁRTÓ2, MODELL2})}(R2)$$

$$R4 = R2 \quad \bowtie \quad R3$$

GYÁRTÓ = GYÁRTÓ2  $\wedge$  MODELL  $\neq$  MODELL2

$$R5 = \pi_{\text{GYÁRTÓ}}(R4)$$

## További műveletek

Az eddigi műveletek kifejezhetők voltak a relációs algebra alpműveleteivel. Amiket most mutatok, azok nem, de fontosak (SQL folyton használ ilyeneket, ott majd részletesen is nézzük).

- aggregátumok: MIN, MAX, AVG, SUM, CNT (darabszám)  
Pl. leggyorsabb gép, átlagár, hányféle printer  
eredmény mindig egy szám
- aggregátum csoportosítva: Bizonyos feltételek szerinti partíciókban aggregátumok.  
Pl. átlagos ár tintasugaras nyomtatók között, egy gyártónak hány terméke van  
⇒ eredmény egy reláció pl. (gyártó, szám) párokból.

## További műveletek még:rekurzív lezárás

- hagyományos adatkezelésben ritka, intelligensebb rendszerekben inkább előfordul)
- Pl. reláció: ki főnöke kinek  $\implies$  lezárás: ki felettese kinek
- Pl. reláció: melyik városból melyikbe van repülő járat  $\implies$  lezárás: átszállással el lehet-e jutni
- Ezt a relációs algebra nem tudja, csak fix mélységre: pl. max 4 átszállás,

## A NULL érték, emlékeztető

Lehet, hogy vannak kitöltetlen mezők, ezt meg akarjuk engedni: NULL érték. 2 alapvető értelmezés (majd SQL-nél lesz, hogy hogyan kell megmondani, hogy melyik van éppen, illetve, hogy lehet-e egyáltalán NULL valahol):

- $\neq$
- $\exists$ , de nem ismerjük.

Attól függően, hogy hogyan értelmezzük a NULL-t:

Mi legyen egy ilyen kérdéssel?:

Pl.  $\pi_{\text{CÍM}='BP'}(\text{TERMELŐ})$

Ilyenkor belevegyük-e ha a cím NULL?

## Külső illesztés (outer join)

$R, S$  relációk  $\implies R \bowtie S$  **bal külső illesztés**:  $R \bowtie S$ -hez azokat az  $R$ -beli sorokat is hozzáveszük, amihez nem illeszkedik  $S$ -beli. Hiányzó helyekre NULL kerül.

PI. SZEMÉLY(NÉV, KÓD), CÍM(KÓD, CÍM)

SZEMÉLY  $\bowtie$  CÍM  $\implies$  akinek nincs címe nem lesz rajta

SZEMÉLY  $\bowtie$  CÍM  $\implies$  kiderül, kinek nincs meg a címe



## Külső illesztés

SQL-ben van, relációs algebrával elvileg nem fejezhető ki (NULL miatt), de elkerülhető.

Lényegében:  $(R \bowtie S) \cup (R \setminus (R \times S))$

Van jobb külső illesztés is:  $R \bowtie\lrcorner S$

Teljes külső illesztés:  $R \bowtie\lrcorner S := (R \bowtie S) \cup (R \bowtie\lrcorner S)$

# Példa

R	A	B	C
	a	b	2
	a	c	3
	b	a	4

S	D	C
	a	2
	b	3
	x	2
	y	1

$R \bowtie S$	A	B	C	D
	a	b	2	a
	a	b	2	x
	a	c	3	b
	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>4</b>	NULL

$R \bowtie S$	A	B	C	D
	a	b	2	a
	a	b	2	x
	a	c	3	b
	NULL	NULL	<b>1</b>	<b>y</b>

$R \bowtie S$	A	B	C	D
	a	b	2	a
	a	b	2	x
	a	c	3	b
	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>4</b>	NULL
	NULL	NULL	<b>1</b>	<b>y</b>

## Külső unió

Részben kompatibilis relációk egyesítésére:

DIÁK(NÉV, TÉMAVEZ, TSZK)

TANÁR(NÉV, TSZK, BEOSZT)

DIÁK $\cup_k$ TANÁR				
	NÉV	TSZK	TÉMAVEZ	BEOSZT
diák				NULL
tanár			NULL	

## Multihalmazos szemantika

A relációs algebrában ugyan minden reláció halmaz, ezért nincsenek többszörös sorok, de pl. SQL-nél lesznek. A multihalmazokkal kicsit máshogy vannak a halmazműveletek:

Ha a  $t$  sor  $m_R(t)$  példányban van meg  $R$ -ben és  $m_S(t)$  példányban van meg  $S$ -ben, akkor

- $m_{(R \cup S)}(t) := m_R(t) + m_S(t)$  példányban lesz meg  $R$  és  $S$  úniójában
- $m_{(R \cap S)}(t) := \min\{m_R(t), m_S(t)\}$  példányban lesz meg  $R$  és  $S$  metszetében
- $m_{(R \setminus S)}(t) := \max\{m_R(t) - m_S(t), 0\}$  példányban lesz meg  $R \setminus S$ -ben