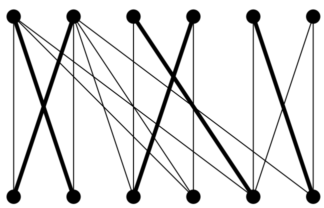
Csima Judit
csima@cs.bme.hu

3. gyakorlat
Szélességi bejárás, alkalmazásai (és kakukktojásnak egy DP)

1. Keressen javítóutat az alábbi páros gráfban!



2. Adott a G irányítatlan gráf a következő éllistával : a:b,c; b:a,d; c:a,d; d:b,c,e,f; e:d,f,g; f:d,e,g,h; g:e,f,h; h:f,g;
Keressünk G-ben a-ból kiinduló szélességi feszítőfát! Mennyi lesz a csúcsok a-tól való távolsága?

---

3. Egy irányított gráf éllistájából elő szeretnénk állítani a fordított éllistát, ahol minden csúcsnál azok a csúcsok vannak felsorolva, amikBŐL él vezet az adott csúcsba. Adjon $O(n+e)$ lépésszámú algoritmust erre a feladatra.

4. Éllistával adott a súlyozott élű $G = (V, E)$ gráf. Tegyük fel, hogy az élek súlyai az 1,2,3 számok közül valók. Javasoljunk $O(n+e)$ költségű algoritmust az $s \in V$ pontból az összes további $v \in V$ pontokba vivő legrövidebb utak hosszának a meghatározására. (Itt n a G gráf csúcsainak, e pedig az éleinek a száma.)

5. Egy nxn-es táblázat minden mezőjére egy irány (észak, dél, kelet vagy nyugat) és két különböző, az $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ halmazból kikerülő szám van írva. Egy mezőről úgy ugorhatunk tovább, hogy a mezőre írt irányba haladunk a két odaírt szám egyikével megegyező számú lépést (kockát). (Ha egy ugrás levezetne a tábláról, akkor azt nem hajthatjuk végre.) Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben meghatározza, hogy legkevesebb hány ugrással tudunk eljutni a bal alsó sarokból a jobb felsőbe.

6. Egy n-szer n-es táblázat minden kockájába egy (nem feltétlenül pozitív) egész szám van írva vagy rózsaszínnel vagy sárgával. Sétát szeretnénk tenni a táblázatban a következő feltételekkel: a séta bárhol indulhat és bárhol végződhet, egy lépésben vagy balra vagy felfelé léphetünk egy mezőt, de csak akkor ha közben színt is váltunk. Egy ilyen séta értéke a közben érintett mezőkön levő számok összege (a végponti mezők is számítanak). A séta állhat egy mezőből is, azaz végződhet ott, ahol kezdődik. Adjon algoritmust, ami $O(n^2)$ lépésben meghatározza a táblázatban található legértékesebb séta hosszát.

7. Egy n pontú teljes gráf csúcsait kell kiszíneznünk csupa különböző színűre. Összesen $k \geq n$ féle szín áll rendelkezésre, de az egyes pontok színe nem teljesen tetszőleges. Minden v csúcshoz adott színeknek egy $S(v)$ listája, a v csúcsot csak az $S(v)$-ben szereplő színek valamelyikére színezhetjük. Adjon $O(nk^2)$ lépésszámú algoritmust, amely az $S(v)$ listák alapján eldönti, hogy van-e a megkötéseknek megfelelő színezés, és ha van ilyen, talál is egyet.

---

8. Egy $n \times n$-es sakktábla néhány mezőjén az ellenfél egy huszárja (lova) áll. Ha mi olyan mezőre lépünk, ahol az ellenfél le tud ütni, akkor le is üt, de egyébként az ellenfél nem lép. Valamelyik mezőn viszont a mi huszárunk áll. Adjunk $O(n^2)$ lépésszámú algoritmust, ami meghatározza, hogy mely másik mezőkre tudunk (lólépések sorozatával) eljutni a nélkül, hogy az ellenfél leütne!

9. Egy kezdő autóvezető a városban való közlekedése során szeretne gyakorlatának megfelelő útvonalat választani. Az úthálózat egy irányítatlan gráfként van megadva, a csúcsok a kereszteződések, az élek az utak, a csúcsoknál adott, hogy nehéz-e számára az a kereszteződés. (Az hogy nehéz, a kereszteződés tulajdonsága, nem azon múlik, merről érkezik oda és merre akar rajta áthaladni.)

   Írjon le egy algoritmust, amivel meg lehet határozni, hogy az autós az egyik adott csúcsnál levő otthonából mely csúcsokba tud autóval úgy eljutni, hogy útja során két nehéz csúcs soha nem jön közvetlenül egymás után. Az algoritmus lépésszáma éllistás megadás esetén legyen $O(n+e)$, ahol n a csúcsok és e az élek száma.