

2. gyakorlat Dinamikus programozás

1. Az n elemű A tömb egész számokkal (lehetnek negatív számok is) van feltöltve. Adjon algoritmust, ami meghatároz egy olyan (i, j) , $1 \leq i \leq j \leq n$ indexpárt, amire $A[i] + A[i+1] + \dots + A[j]$ maximális. (Azaz keressük a legnagyobb, folytonosan előálló összeget.) Az algoritmus futási ideje legyen $O(n)$.

-
2. Adott n pozitív egész szám, a_1, a_2, \dots, a_n és még egy b pozitív egész szám. Szeretnénk meghatározni, hogy b hányféleképpen áll elő néhány különböző a_i összegeként. Ehhez egy n sorból és $b+1$ oszlopból álló T táblázatot fogunk kitölteni. A táblázat sorait 1-től n -ig, oszlopait 0-tól b -ig indexeljük és legyen $T[i, 0] = 1$ minden $1 \leq i \leq n$ értékre. Adjon eljárást, ami T többi mezőjét összesen $O(nb)$ lépés alatt kitölti, úgy, hogy $T[i, c]$ értéke legyen az a szám, ahányféleképpen az a_1, a_2, \dots, a_i számok közül néhány összegeként a c szám előállítható ($1 \leq i \leq n$, $1 \leq c \leq b$).

A táblázat kitöltése után hogyan tudjuk megválaszolni az eredeti kérdést?

3. Egy $n \times n$ méretű táblázat minden eleme egy egész szám. A táblázat bal alsó sarkából akarunk eljutni a jobb felső sarkába úgy, hogy egy lépésben a táblázatban vagy felfelé vagy jobbra egyet lépünk. Azt szeretnénk, hogy a lépegetés során látott elemek növekvő sorrendben kövessék egymást, egy ilyen út értéke a benne szereplő számok összege. Adjon $O(n^2)$ futási idejű algoritmust, ami meghatározza, hogy az adott táblázatban a szabályok szerinti utak értékei között mekkora a legnagyobb! Hogyan lehet megtalálni magát a legnagyobb értékű utat?

-
4. Legyen $s_1 s_2 \dots s_n$ és $t_1 t_2 \dots t_m$ két olyan karaktersorozat, melyek nullákból és egyesekből állnak. Azt szeretnénk, hogy az $n \times m$ méretű A mátrix $A[i, j]$ eleme tartalmazza azt a legnagyobb k számot, melyre az $s_1 s_2 \dots s_i$ és a $t_1 t_2 \dots t_j$ karaktersorozatok utolsó k tagja megegyezik. Adjon eljárást, ami az A tömböt $O(nm)$ lépésben kitölti.

5. Hogyan lehet az előző eljárást a következő feladat megoldására használni?

Egy n és egy m karakterből álló szövegben meg akarjuk találni a legnagyobb azonos darabot, azaz ha az egyik szöveg $a_1 a_2 \dots a_n$ és a másik $b_1 b_2 \dots b_m$, akkor olyan $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$ indexeket keresünk, hogy

$$a_i = b_j, a_{i+1} = b_{j+1}, \dots, a_{i+t-1} = b_{j+t-1}$$

teljesüljön a lehető legnagyobb t számra. Adjon erre a feladatra $O(mn)$ lépést használó algoritmust.

6. Adott egy n és egy m hosszú 0-1 sorozat, a_1, a_2, \dots, a_n , illetve b_1, b_2, \dots, b_m . Ezek alapján egy T tömböt töltöttünk ki a következő módon:

Ha $0 \leq i \leq n$, akkor $T[i, 0] = 0$. Ha $0 \leq j \leq m$, akkor $T[0, j] = 0$.

Ha $1 \leq i \leq n$ és $1 \leq j \leq m$, akkor $T[i, j] = \begin{cases} T[i-1, j-1] + 1 & \text{ha } a_i = b_j \\ \max\{T[i, j-1], T[i-1, j]\} & \text{ha } a_i \neq b_j \end{cases}$

Írja le, hogy mi a jelentése a $T[i, j]$ értéknek! A két sorozatnak milyen tulajdonságát határozza meg a $T[n, m]$ értéke?